



*Universidad Carlos III de Madrid*

*PROYECTO FIN DE CARRERA*

**Estudio de la evolución de las tensiones  
sobre la pista externa de un rodamiento.  
Aplicación del criterio de fatiga de Lundberg  
and Palmgren.**

AUTOR

MIGUEL ANGEL MARTÍ HERRANZ

DIRECTOR

EDWIN LANIADO JACOME

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
LEGANÉS, JUNIO 2009



## INDICE

### Capítulo I

Introducción.....	3
-------------------	---

### Capítulo II

Localización por análisis de tensión en Von Mises del punto crítico y/o puntos de máxima .....	9
--	---

### Capítulo III

Análisis de la tensión de cortadura mediante solución con círculo de Mohr.....	43
--	----

### Capítulo IV

Análisis de fatiga en pista externa según Lundberg and A. Palmgren.....	53
---	----

### Capítulo V

Conclusiones.....	67
-------------------	----

### Capítulo VI

Trabajos futuros.....	73
-----------------------	----

### Referencias

Referencias.....	74
------------------	----



## CAPÍTULO I

### INTRODUCCIÓN.

Dentro de la programación del mantenimiento preventivo y la ejecución del predictivo en la industria, el rodamiento es el elemento mecánico más solicitado, puesto que es el principal elemento de apoyo de la maquinaria rotativa, por constituir esta función de apoyo su degradación se realiza de forma acelerada y silenciosa. Además el rodamiento o cojinete de rodadura es un elemento mecánico que se sitúa entre dos piezas con un eje de rotación común, de forma que una pieza puede girar respecto a la otra, sustituyendo el deslizamiento entre dos piezas por una rodadura. Esto conlleva que, en el caso de los rodamientos, las pérdidas de potencia por resistencias pasivas es mucho menor que en los cojinetes de deslizamiento ya que la potencia absorbida en la rodadura es mucho menor que la que se absorbería por deslizamiento.

Este trabajo analiza de formas diferentes el tiempo de vida útil de un rodamiento, utilizando un modelo numérico calculado por medio de los elementos finitos bajo la aplicación de simulación de eventos mecánicos en código comercial Algor™ [1] [2].

El rodamiento es, quizás, la parte de las máquinas rotativas que presenta mayor siniestrabilidad, entendiendo como tal el número de intervenciones realizadas sobre dichos elementos en un periodo de tiempo determinado.

Su predisposición al deterioro es debida a que el rodamiento es el elemento que canaliza todos los esfuerzos estáticos y dinámicos del conjunto de la máquina así como los movimientos de rotación de los ejes.



A diferencia de otros cálculos de elementos de máquinas, los cojinetes de rodamiento se seleccionan considerando la vida útil que se desea que tengan. Esto significa que la vida infinita no es posible de alcanzar y se debe pensar que los rodamientos son elementos de desgaste que deben ser reemplazados periódicamente para evitar daños al mecanismo en el cual están montados. Este reemplazo se realiza bajo el concepto de mantenimiento preventivo, en donde el rodamiento es reemplazado antes de que falle.

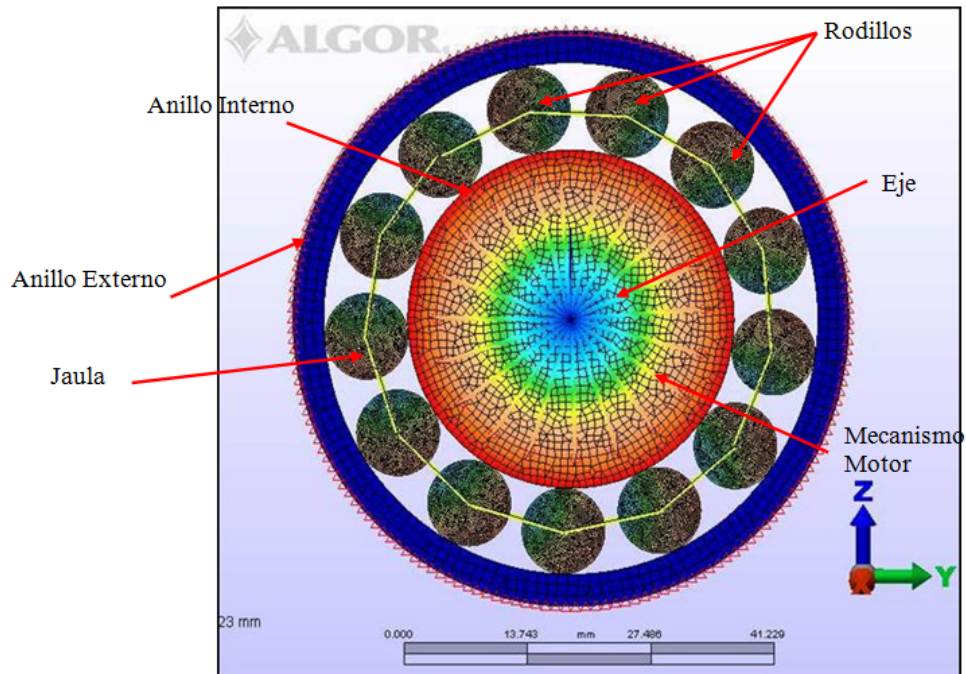
Son muchos los factores que afectan la vida útil, los más importantes son la magnitud de las cargas, la dirección de las cargas, la velocidad de giro, las deformaciones del eje, la desalineación, la calidad de la lubricación, la temperatura de operación y la limpieza.

Cuando se aplica una carga sobre el rodamiento se producen unas tensiones de contacto sobre las pistas y las bolas del rodamiento. Debido a la geometría de estos elementos estas tensiones responden a unas ecuaciones de complicada solución, basadas en la teoría de Hertz.

Se presenta en este trabajo un modelo numérico de rodamiento de rodillos cilíndricos analizado por medio del método de los elementos finitos con simulación para eventos mecánicos en código comercial Algor™ [3]. Con el análisis del modelo numérico se realiza un estudio de las tensiones generadas por el contacto entre la pista externa y los elementos rodantes (rodillos) para determinar el tiempo de vida útil del rodamiento y el punto donde se desarrollara el defecto localizado en pista.



El modelo realizado en Algor<sup>TM</sup> consta de elementos rodantes, eje, anillo externo, anillo interno, una jaula y un mecanismo motor tal y como se representa en la figura 1-1.



**Figura 1- 1:** Geometría del modelo analizado bajo FEM/MES.

Este es el modelo que se simulara y analizara por el método de los elementos finitos, bajo las siguientes condiciones [4]:

La gravedad se implementara en el mismo sentido que la fuerza aplicada.

El material será isotrópico de acero en frio apto para este tipo de rodamientos (Tabla 1-1).



**Tabla 1- 1:** Propiedades del material isotrópico AISI 1006 Steel, cold drawn, para las piezas del modelo.

Propiedades	Magnitud	Unidades
<i>Densidad de masa</i>	$7,872 \cdot 10^{-9}$	$\text{Nsg}^2/\text{mm}/\text{mm}^3$
<i>Modulo de Elasticidad</i>	205.000	$\text{N}/\text{mm}^2$
<i>Coefficiente de Poisson</i>	0,29	
<i>Modulo de Elasticidad a Cortante</i>	80.000	$\text{N}/\text{mm}^2$
<i>Limite de Elasticidad</i>	285	$\text{N}/\text{mm}^2$

La carga aplicada es una fuerza puntual de valor 1000 N aplicada sobre el nodo del centro del eje en el sentido negativo de la coordenada Z y constante en modulo, dirección y sentido a lo largo de toda la simulación.

Estas condiciones simulan condiciones normales de funcionamiento para este tipo de rodamientos.

En maquinaria la mayoría de los rodamientos están restringidos en el aro externo, por lo que es la zona que mayores tensiones soporta, y con mayor posibilidad de presentar defectos localizados.

Para la simulación del rodamiento, se ha estipulado que la duración sea de un segundo, un tiempo suficiente para garantizar que se alcanza el régimen permanente, para la resolución de datos la captura de los mismos es de 5000 por segundo.

El tiempo de cálculo de más 1200 horas, para simulaciones de 1 segundo de duración del evento.



Adicionalmente para este trabajo se elaboraron las siguientes simulaciones con diferentes coeficientes de rozamiento entre pista y rodillos y a diferentes velocidades de giro.

**Tabla 1- 2:** Simulaciones

<i>Simulación</i>	$\mu$	<i>Velocidad (Hz)</i>
<b>1</b>	0,1	30
<b>2</b>	0,2	20
<b>3</b>		30
<b>4</b>		40
<b>5</b>		50
<b>6</b>		100
<b>7</b>		200
<b>8</b>	0,3	30
<b>9</b>		100
<b>10</b>		200

Hay pocos estudios de rodamientos que se comprometan a dar una estimación de la vida útil del rodamiento, Harris [5] propone un modelo analítico de rodamiento que genera resultados de las fuerzas de contacto entre los rodillos y las pistas, este modelo ha sido utilizado en trabajos anteriores para aplicarlo al estudio de fatiga para rodamiento de G. Lundberg and A. Palmgren [6].



Para esta investigación se utilizaron los resultados del modelo numérico de rodamiento de rodillos cilíndricos analizado por medio del método de los elementos finitos bajo código comercial Algor™ con simulación para eventos mecánicos (MES) presentado y validado en la Tesis Doctoral titulada “*Modelo de rodamiento utilizando técnica M.E.S. Aplicación al estudio del deslizamiento en la zona de carga*”. Con estos resultados se realizaron análisis de fatiga para materiales de diferentes tipos, y un análisis especial de fatiga del material para rodamiento.

El objetivo principal de este estudio es conocer el tiempo y las revoluciones en que se va a presentar el defecto localizado en pista externa, solo se realizó para pista externa porque es el elemento del rodamiento que soporta toda la carga dinámica del sistema si se excluye la superficie exterior fija.

Adicionalmente este estudio realiza un análisis de las tensiones Von Mises como las tensiones que debilitan el material desde el comienzo de su funcionamiento, adicionalmente se realiza un estudio del esfuerzo cortante, ya que este esfuerzo es el que al final produce la falla.

Debido a la imposibilidad de calcular el esfuerzo cortante de forma directa del modelo numérico, ya que las coordenadas del modelo analizado no lo permiten, se ha desarrollado un análisis de resultados que contienen la teoría del círculo de Mohr, para hallar el esfuerzo cortante real sobre la superficie de la pista externa debida al contacto de los rodillos. El desarrollo de este análisis dará el punto exacto del defecto localizado.





## CAPÍTULO II

### LOCALIZACIÓN POR ANÁLISIS DE TENSIÓN EN VON MISES DEL PUNTO CRÍTICO Y/O PUNTOS DE MAXIMA TENSIÓN EN UN RODAMIENTO DE RODILLOS

El objetivo de este capítulo es determinar de forma precisa aquellos puntos de un rodamiento de rodillos cilíndricos en los que existe una posibilidad real de que debido a la desgaste por fatiga, aparezca un defecto. Cuando la superficie externa del anillo externo esta fija, la superficie interna de este anillo (pista externa) será el elemento más afectado por el estado de carga, por soportar todo el peso de la dinámica del sistema. El rodamiento de rodillos cilíndricos contiene la geometría óptima para ser simulado sobre el plano (2D) con elementos elásticos y con superficies de contacto, guardando las condiciones dinámicas de una simulación en tres dimensiones, de este modo contiene también las condiciones adecuadas para acercar semejanzas a las condiciones dinámicas de un modelo experimental, más que cualquier modelo analítico presente en la literatura [7] [8].

Las condiciones en las que se ha realizado la simulación son las siguientes:

- Implementación de la gravedad en el mismo sentido que la fuerza aplicada.
- El material es isotrópico de acero frío apto para cualquier rodamiento de este tipo.
- La carga aplicada es una fuerza puntual de valor 1000 N aplicada sobre el nodo del centro del eje en el sentido negativo de la coordenada Z y constante en modulo, dirección y sentido a lo largo de toda la simulación.

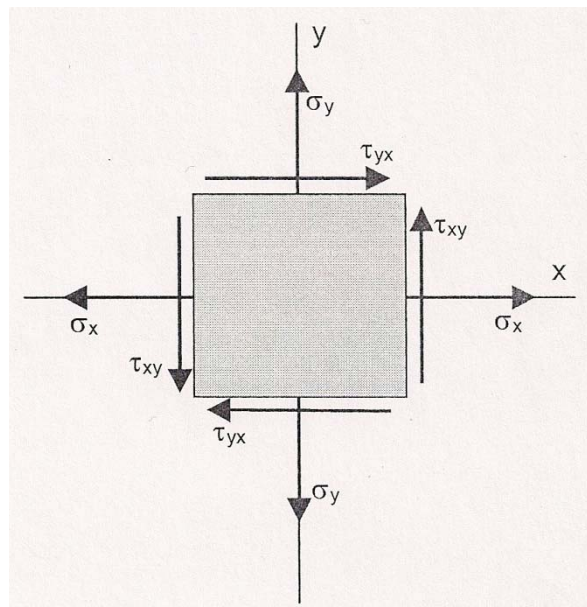
El rodillo a su paso por la pista externa genera una tensión de contacto sobre la superficie, una de las componentes de esta tensión de contacto, es la tensión de compresión, una vez comprimido el material, este se recuperará por ser de forma elástica, este paso se repetirá en el tiempo un número de veces, que dependerá de la velocidad de giro del eje. Por tal motivo en los puntos de la pista externa se desarrollara el fenómeno de compresión y descompresión de la superficie, haciendo que el material pierda propiedades mecánicas bajo esta condición cíclica, para luego por la tensión a cortante debida al contacto, genere el defecto de tipo escama que es el más frecuente para rodamientos [9]. Por tal razón de forma inicial se había de escoger un

criterio de tensión que permitiese conocer de forma global, el estado de tensión de este tipo de rodamiento, para esto se determino la teoría de la energía de distorsión o teoría de Von Mises.

## 2.1 Teorías de rotura para materiales dúctiles.

Como ya se ha comentado, se ha determinado que el criterio de tensiones que se utilizara será la teoría de la energía de distorsión o teoría de Von Mises, pero antes de haber seleccionado este criterio que es el que más se adecua al estudio de fatiga para un rodamiento de rodillos, se estudiaron otras teorías que se muestran a continuación.

Se analizaron las teorías aplicadas sobre un elemento general de esfuerzo bidimensional (Figura 2-1), para determinar cuál será la más completa de forma global, y utilizarla para nuestro estudio.



**Figura 2- 1:** Estado de tensión bidimensional.

En la figura 2-1 se muestra el estado tensional para un elemento de una pieza sobre un plano. A continuación se mostrara los criterios considerados en la elección del análisis a fatiga.



### 2.1.1 Teoría del esfuerzo Normal Máximo (ENM)

Como primera opción se ha escogido esta teoría por su interés histórico ya que sus predicciones no concuerdan con la experimentación y, en algunas condiciones de esfuerzos, nos sitúa del lado de la inseguridad [10].

Esta teoría establece que la falla se produce siempre que el esfuerzo principal mayor sea igual a la resistencia.

Si definimos las tensiones principales en el orden:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad (2-1)$$

Esta teoría indica que la rotura se produce siempre que:

$$\sigma_1 = S_i \quad \text{ó} \quad \sigma_3 = -S_i \quad (2-2)$$

En el caso de torsión pura los valores que tenemos son:

$$\sigma_1 = M_{ax} = -\sigma_3 \quad \sigma_2 = 0 \quad (2-3)$$

Por lo tanto esta teoría predeciría que la rotura se produciría cuando:

$$M_{ax} = S_y \quad (2-4)$$

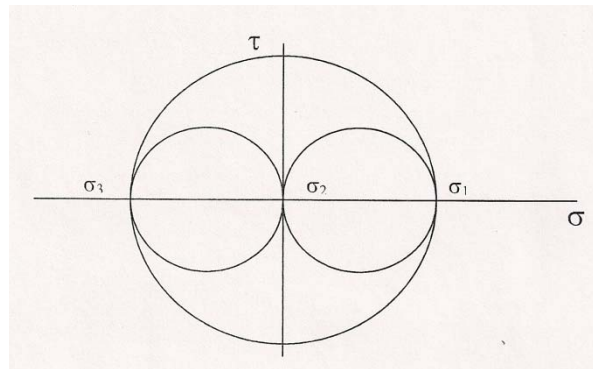
Experimentalmente se sabe que los elementos sometidos a torsión pura (Figura 2-3) se deforman permanentemente cuando el esfuerzo máximo torsional ( $S_{sy}$ ) es aproximadamente el 60% de la resistencia de fluencia ( $S_y$ ).

$$M_{ax} = S_{sy} = 0.6 S_y \quad (2-6)$$

### 2.1.2 Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo (ECM)

Esta es una teoría fácil de usar y con predicciones siempre en la zona de seguridad. Se suele utilizar en muchos reglamentos debido a su facilidad analítica.

Esta teoría indica que el inicio de la fluencia se produce cuando en un elemento mecánico el esfuerzo cortante máximo es igual al esfuerzo cortante máximo en un ensayo de tracción cuando en la probeta comienza la fluencia (Figura 2-2)

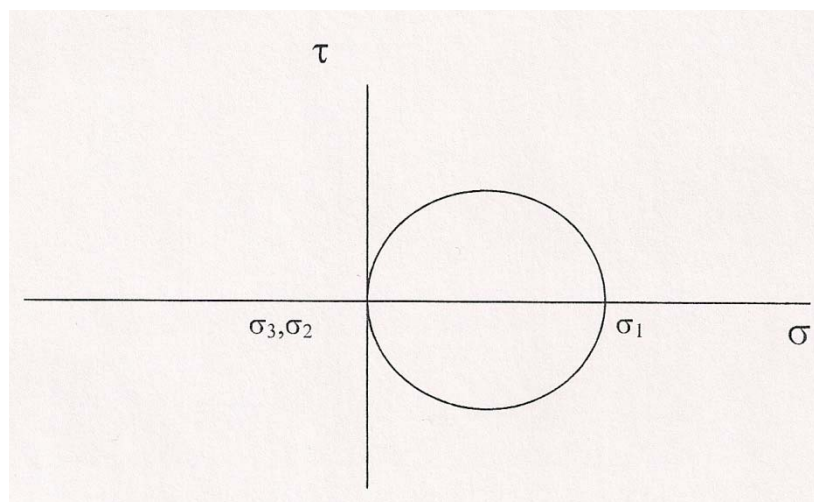


**Figura 2- 2:** Ensayo de tracción simple

La Figura 2-2 representa los círculos de Mohr para el ensayo de tracción simple.

Podemos apreciar que en este ensayo el esfuerzo cortante máximo es:

$$M_{ax} = \sigma_1/2 = S_y/2 \quad (2-7)$$



**Figura 2- 3:** Ensayo de torsión pura.

Si analizamos el límite para el caso de ensayo de torsión pura (Figura 2-3), el esfuerzo cortante máximo es:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_{13}}{2} \quad (2-8)$$

Por lo tanto esta teoría predice que el fallo en la torsión pura se produce cuando:

$$\begin{aligned} \tau_{\max} = S_{sy} = \frac{S_y}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_{13}}{2} \rightarrow S_y = \sigma_1 - \sigma_{13} \\ S_{sy} = 0.5S_y \end{aligned} \quad (2-9)$$

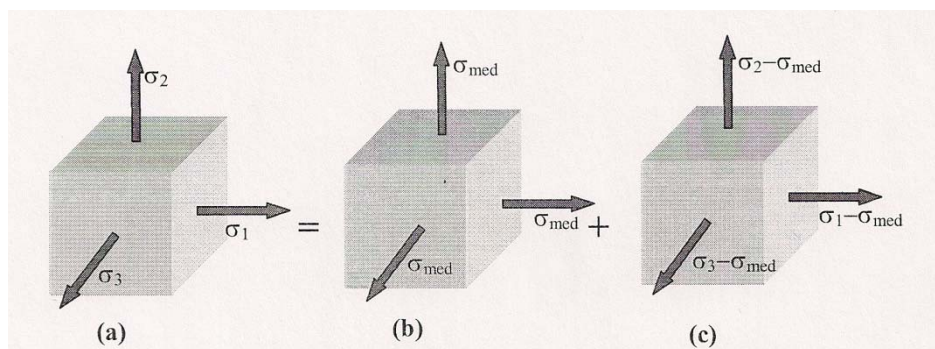
### 2.1.3 Teoría de la Energía de distorsión o Von Mises (TVM)

Esta teoría fácil surgió de la observación de que los materiales dúctiles sometidos a esfuerzos hidrostáticos (igual esfuerzos de tracción ó compresión en todas las direcciones), tenían resistencias de fluencia muy superiores a los valores obtenidos por tracción simple.

Se basa en suponer que la tensión ha la que está sometido un elemento en estado de esfuerzo triaxial (a), en el que se produce cambio de volumen y distorsión, podemos descomponerlo en dos elementos distintos (Figura 2-4):

Elemento de estado de tensión hidrostática, en el que solo hay cambio de volumen (b)

Elemento en el que se produce deformación angular sin cambio de volumen (c).



**Figura 2- 4:** Estado de esfuerzo triaxial descompuesto.

Analizando la Figura 2-4, el trabajo efectuado en el cubo unitario de cada una de las direcciones principales es:



$$u_n = (\sigma_n \cdot \varepsilon_n) / 2 \quad (2-10)$$

Donde n son las direcciones principales. Así la energía total de deformación es:

$$u = u_1 + u_2 + u_3 = u_v + u_d = \left[ \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)}{2E} \right] \quad (2-11)$$

Siendo E = modulo de elasticidad,  $\mu$  = coeficiente de Poison y  $u_v$   $u_d$  la energía de deformación que produce cambio de volumen y la que produce sólo deformación angular sin cambio de volumen respectivamente.

Podemos definir el esfuerzo medio hidrostático como:

$$\sigma_{med} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} \quad (2-12)$$

Los esfuerzos restantes  $\sigma_n - \sigma_{med}$  provocaran únicamente distorsión por lo que la cantidad de energía de deformación que solo produce cambio de volumen es:

$$\mu_v = \left[ \frac{1}{2E} \right] [3\sigma_{med}^2 - 2\mu(3\sigma_{med}^2)] \quad (2-13)$$

Por (2-11) y (2-12) se obtiene que la energía de distorsión ó deformación angular sin cambio de volumen sea:

$$u_d = u - u_v = \left( \frac{1+\mu}{3E} \right) \left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right] \quad (2-13)$$

En el supuesto de un ensayo de tracción simple ( $\sigma_1 = S_y$  y  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ) tendremos:

$$u_d = \left[ \frac{1+\mu}{2E} \right] \cdot S_y^2 \quad (2-14)$$

Igualando (2-13) y (2-14) se define el punto de iniciación de fluencia que será:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (2-15)$$

Para un estado de esfuerzo biaxial tendremos:

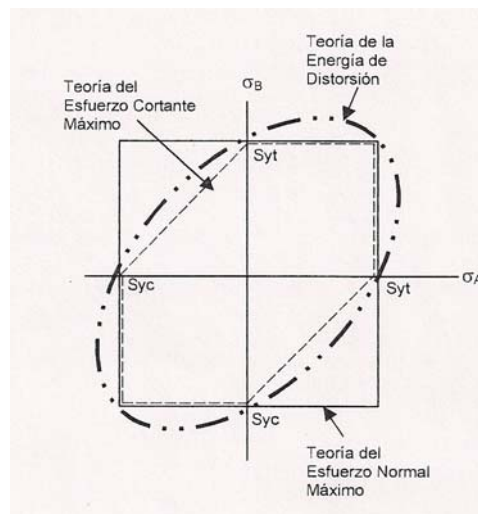
$$S_{sy} = \sigma_1^2 - \sigma_2 \sigma_1 + \sigma_2^2 \quad (2.16)$$

Para el caso de torsión pura:

$$S_{sy} = 0.577 S_y \quad (2.17)$$

#### 2.1.4 Aplicación de las teorías de falla para materiales dúctiles.

Analizando la aplicabilidad de los criterios vistos, se va a utilizar un diagrama de estado biaxial con tensiones principales  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$  (Figura 2-5). En él se representara la zona de seguridad y de rotura para cada uno y se podrán ver las diferencias existentes.



**Figura 2- 5:** Comparación de criterios para un estado biaxial.

Experimentalmente se ha obtenido que la teoría TVM sea la que predice con mayor exactitud la fluencia en los cuatro cuadrantes. Así, suponiendo que esta teoría es la correcta, se comprueba que la teoría ECM es conservadora (parte de su zona de fluencia se encuentra en la zona de seguridad, ya que el rombo que la representa se encuentra interior a la elipse de TVM, mientras que ENM en los cuadrantes 2 y 4 indica zona de seguridad en zona fluencia).

Por tanto y como resumen, siempre que se justifique el desarrollo y el coste de ingeniería, para estudiar la resistencia de un material dúctil bajo carga se aplicara la teoría de TVM. La teoría de ECM se aplicara cuando las dimensiones de cálculo no sean muy precisas y no se justifique el coste de ingeniería, de I + D y de producción. La teoría de ENM no se debe utilizar nunca.



## 2.2 Procedimiento utilizado para el cálculo del punto crítico.

Una vez determinado el criterio de tensión que se usará para este estudio, se procederá a la toma de datos y análisis de los mismos.

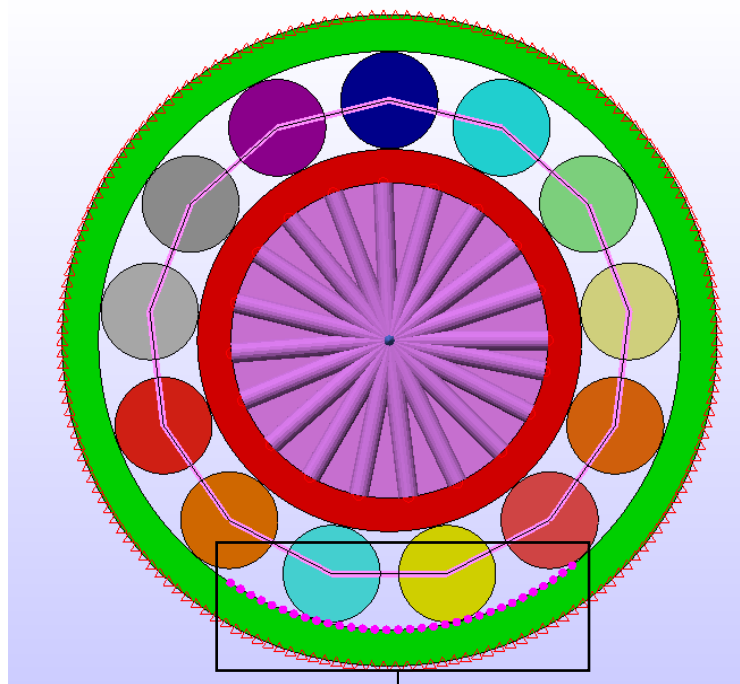
Para un completo análisis de resultados se han realizado un total de 10 simulaciones, variando para los parámetros de velocidad y coeficiente de rozamiento, a continuación en la tabla 2-1 se mostraran todas las simulaciones realizadas.

**Tabla 2-1:** Simulaciones realizadas.

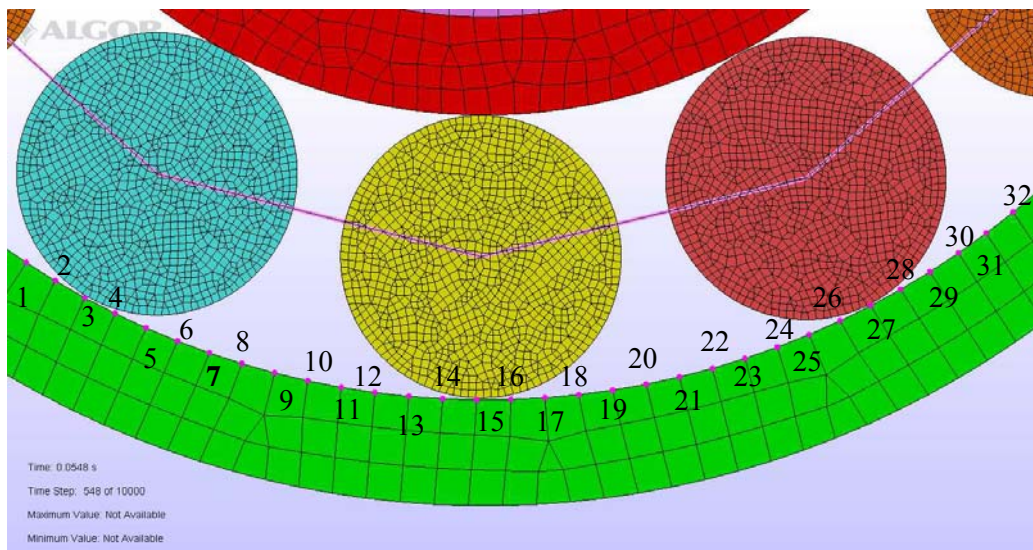
Simulación	$\mu$	Velocidad (Hz)
1	0,1	30
2	0,2	20
3		30
4		40
5		50
6		100
7		200
8	0,3	30
9		100
10		200

Una vez realizadas todas las simulaciones, se realizara la toma de datos en una serie de puntos que se encontraran cerca la prolongación de la línea de fuerza sobre la zona de carga. (Figura 2-3) se ha tomado 32 nodos como estimación válida para este estudio.





**Figura 2- 6:** Geometría sobre el plano del modelo numérico.



**Figura 2- 7:** Puntos de obtención de datos dentro de la zona de carga.

En la Figura 2-6 se ven marcados en rosa los puntos sometidos al estudio (ampliados en la Figura 2-7). El primer nodo está situado en un ángulo de  $-31.34^\circ$  con la vertical, y la diferencia entre nodos es de  $1.93^\circ$ , estando el ultimo a  $29.46^\circ$ .

Una vez elegidos los puntos objetos de estudio, se procederá a la toma de datos, utilizando el programa Algor<sup>TM</sup>, los datos usados para el estudio, son como se ha comentado con anterioridad los datos de tensión de Von Mises.

Los datos se obtendrán de dos formas diferentes, una gráfica que represente la evolución de la tensión, y un documento de texto, en el que aparezcan todos los datos numéricos para cada paso de la simulación.

Los datos se obtendrán de la siguiendo la siguiente secuencia de la Tabla 2-2:

Tabla 2- 2: Obtención de datos mediante Algor<sup>TM</sup>.

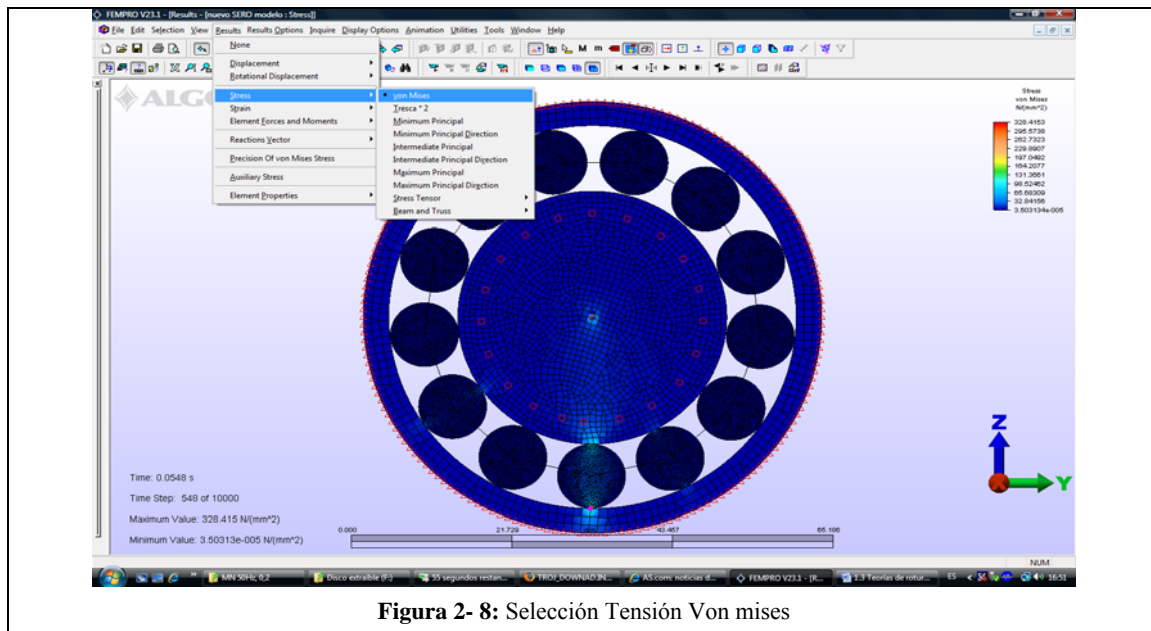


Figura 2- 8: Selección Tensión Von mises

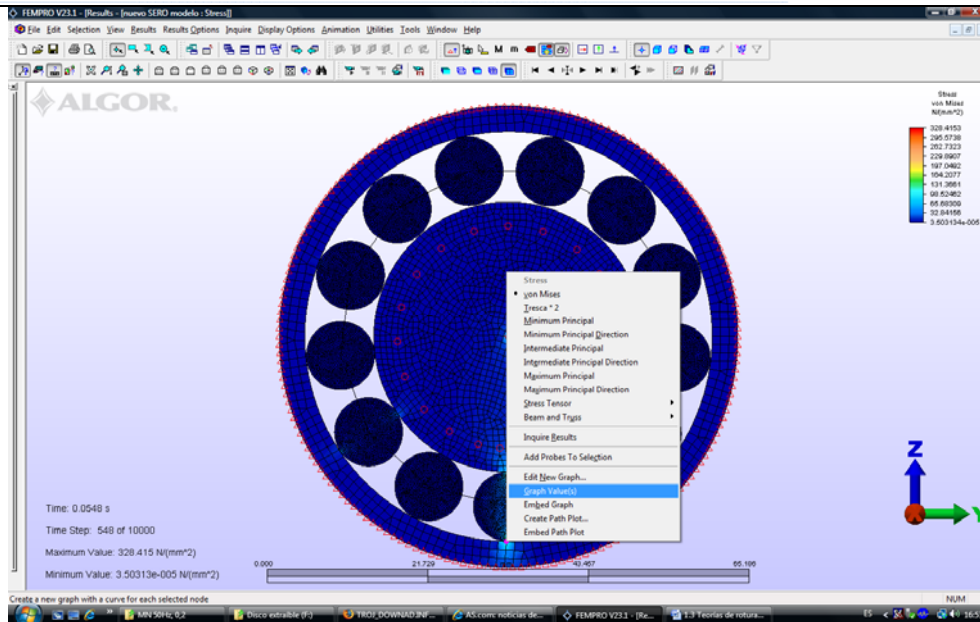


Figura 2- 9: Obtener los datos del punto elegido.

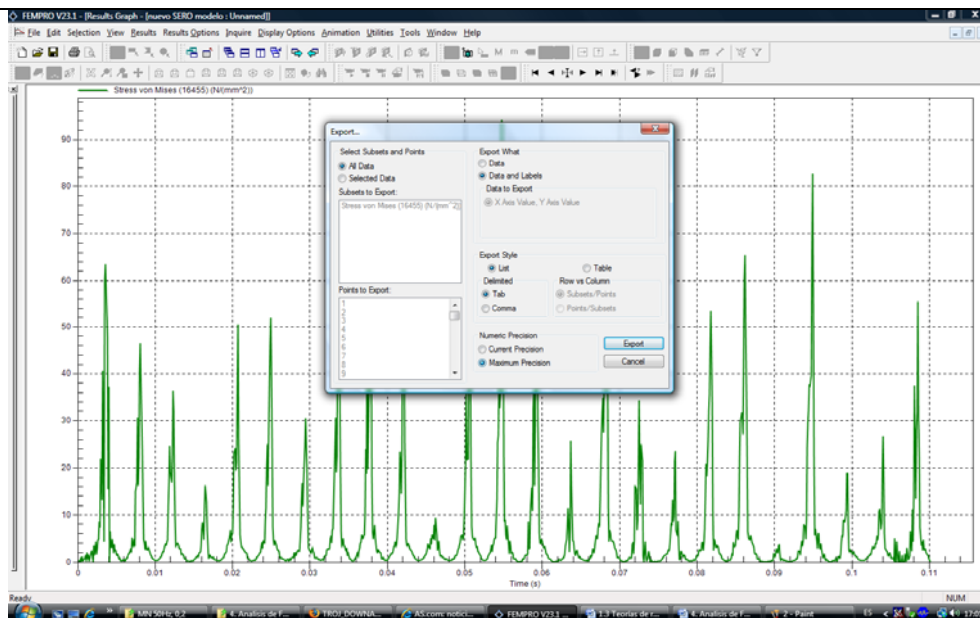
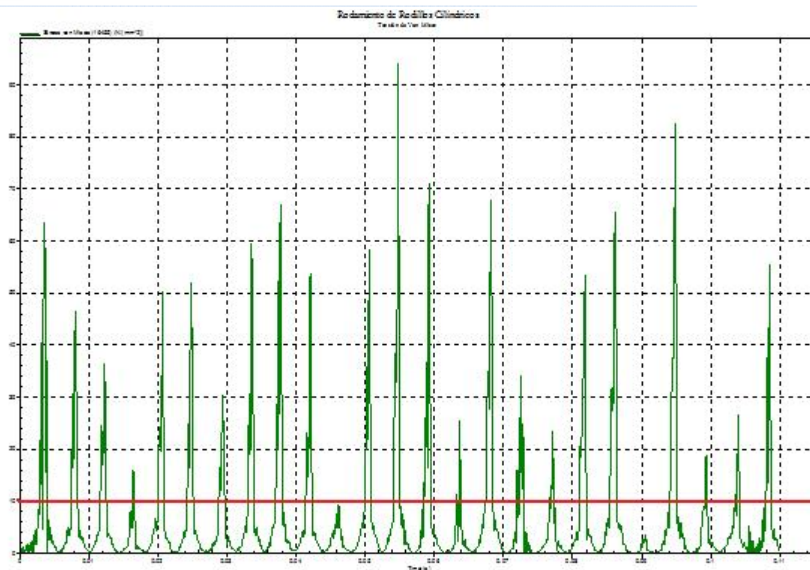


Figura 2- 10: Exportar los datos.

Con estos datos se obtendrá un promedio de la tensión a la que está sometido cada uno de los nodos estudiados a lo largo de las simulaciones. Como a lo largo de la simulación la tensión se comportará de forma cíclica aumentando y disminuyendo hasta cero o un valor próximo a él, ya que cambiara según pasen los rodillos por encima de nodos, lo que se hará será despreciar los valores de tensión inferiores a  $10 \text{ N/mm}^2$ , de este modo tendremos una idea del estado tensional al que ha estado sometido cada punto a lo largo de la simulación. En la figura 2-11 se muestra la operación realizada para obtener el promedio.



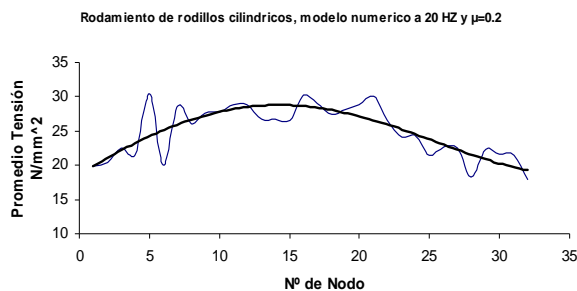
**Figura 2- 11:** Eliminación de datos inferiores a 10 N/mm<sup>2</sup>

Únicamente se tienen en cuenta los datos que están por encima de la línea mostrada en la figura 2-11.

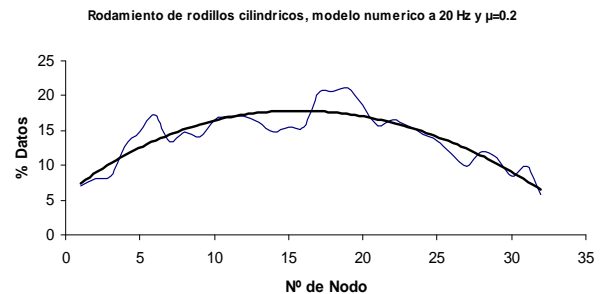
Además de los promedios, para cada punto se hará un estudio estadístico, para determinar el porcentaje de datos con tensión representativa que aparece en cada punto.

Con estos datos en para cada simulación se obtendrán 2 tipos diferentes de gráficas:

**Tabla 2- 3:** Gráficas obtenidas



**Figura 2- 12:** En esta gráfica se representa la evolución del promedio de la tensión obtenido a lo largo de la zona de carga.



**Figura 2- 13:** En esta gráfica se representa la evolución del % de valores significativos a lo largo de la zona de carga.

Con estas gráficas se podrá determinar de forma aproximada el punto más crítico de la simulación.

Una vez obtenido este dato se compararán las diferentes simulaciones para ver cuál es el comportamiento del rodamiento al modificar las variables de la simulación

El primer estudio será comparar la evolución del promedio y el número de datos útiles obtenidos, cuando se mantenga una velocidad fija de 30 Hz, se incrementará el coeficiente de rozamiento desde  $\mu=0.1$  a  $\mu=0.3$ .

Seguidamente se hará a la inversa, se mantendrá fijo el coeficiente de rozamiento y variará la velocidad de giro desde 20 Hz a 200 Hz.

De este modo se puede ver la evolución de la tensión y el comportamiento del rodamiento en diferentes situaciones, y de qué modo puede afectar a los puntos críticos obtenidos, así como cuáles son los modos de actuación más críticos para el rodamiento.

## 2.3 Cálculo del punto crítico.

### 2.3.1 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 20 Hz y $\mu=0.2$

Se comenzará estudiando los resultados para una simulación con una velocidad de 20 Hz y un coeficiente de rozamiento de valor  $\mu=0.2$ .

Los valores promedio de tensión obtenidos se comportan de la siguiente forma:

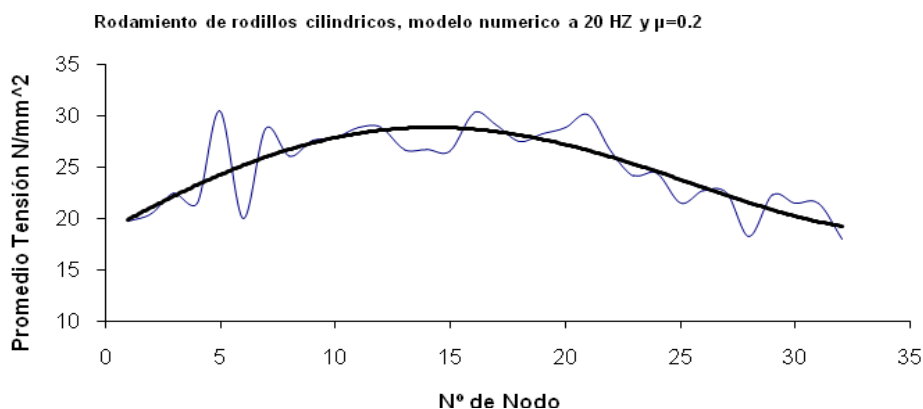
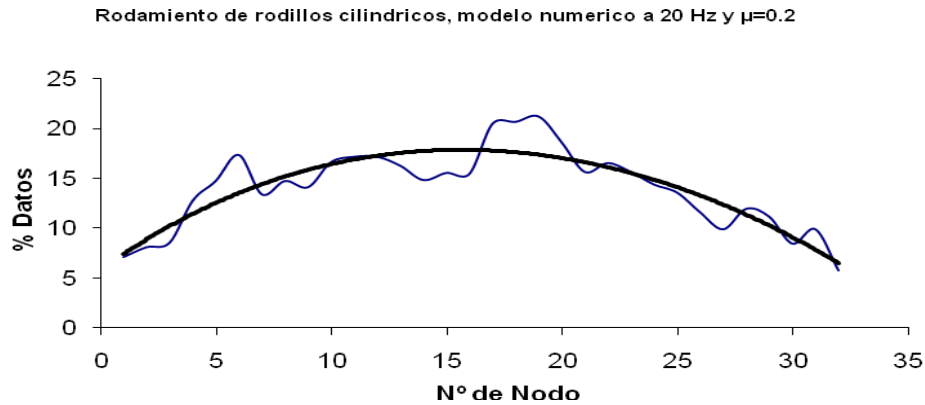


Figura 2- 14: Promedio de tensiones

Se puede observar en la Figura 2-14 una tendencia ascendente a medida que se aproxima a los puntos más cercanos a la vertical, y una vez superada esta zona el valor de la tensión tiende a descender. Así mismo según se ve en la línea de tendencia, el nodo que soporta la mayor tensión es el nodo número 14, de modo que en este caso sería el punto más crítico del rodamiento.



Como no todas las simulaciones tienen el mismo número de datos, se ha calculado el % de los datos útiles de cada simulación para luego poder compararlos. En esta simulación hay 1114 datos por cada nodo, y a continuación vemos el % representativo de estos datos.



**Figura 2- 15:** % de Datos.

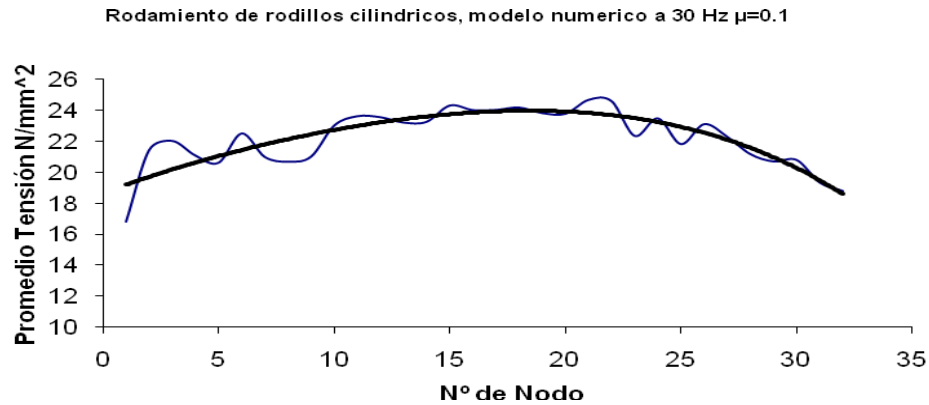
Se observa en la Figura 2-15 que la zona central comprendida entre los nodos 13 al 17 es la que está más cargada.

### 2.3.2 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 30 Hz y $\mu$ variable

Para una velocidad de 30 Hz se han realizado 3 simulaciones para poder comparar mejor la influencia del coeficiente de rozamiento en los resultados.

#### 2.3.2.1 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 30 Hz y $\mu=0.1$

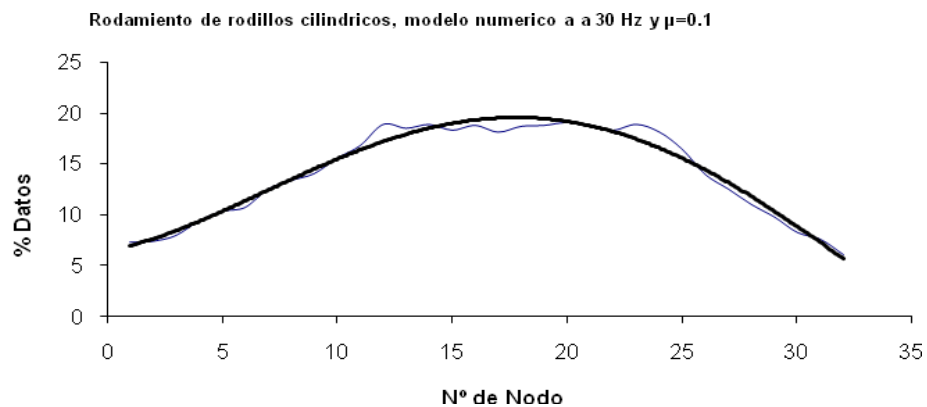
Aquí se presentan los resultados obtenidos con un coeficiente de rozamiento de valor  $\mu=0.1$ .



**Figura 2- 16:** Promedio de tensiones

Nuevamente se observa en la Figura 2-16 la tendencia que se ha identificado en la figura 2-11, aunque en esta ocasión hay una mayor uniformidad en el valor de los datos, así mismo el nodo mas critico en esta ocasión está en el nodo 18.

A continuación los valores representativos de un total de 1058 valores:



**Figura 2- 17:** % de Datos

En la Figura 2-17 se ve claramente que los puntos comprendidos entre el 12 y el 22 están cargados de una manera similar, mientras que lejos de esta zona central, la carga soportada es inferior. Así mismo se corrobora que el nodo nº 18 es el que se encuentra más tensionado.



### 2.3.2.2 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 30 Hz y $\mu=0.2$

Resultados obtenidos para un coeficiente de rozamiento de valor 0.2.

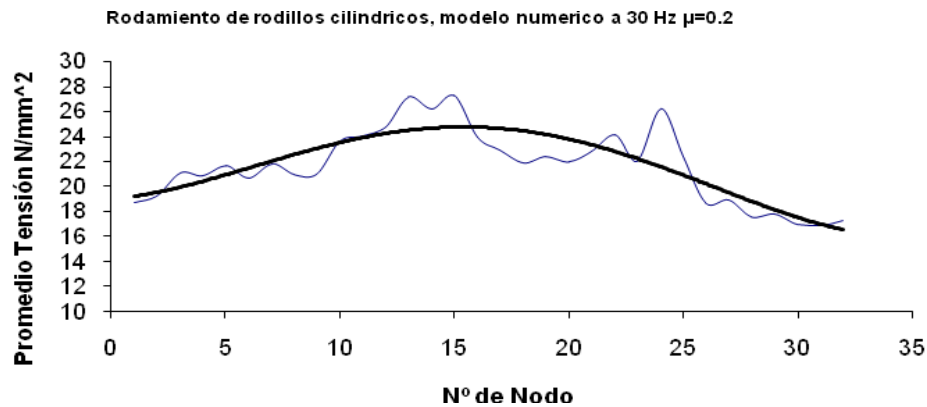


Figura 2- 18: Promedio de tensiones.

Los resultados que aparecen en la Figura 2-18 coinciden con lo visto hasta ahora, el promedio va creciendo hasta alcanzar su punto máximo entre los nodos 13 y 18 y luego descende, existe también un salto en el punto 24, debido a que probablemente en ese punto haya habido un golpe debido a la vibración propia del rodamiento. En esta ocasión el punto más crítico estaría entre los nodos 15 y 16.

Los valores representativos de un total de 612 valores:

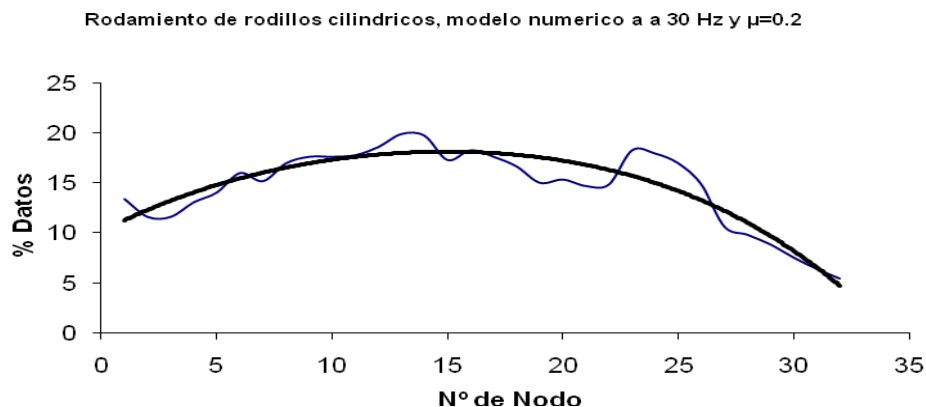


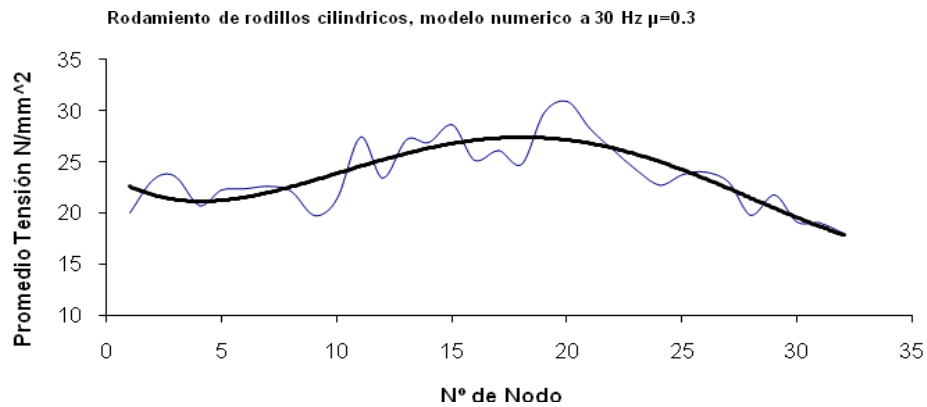
Figura 2- 19: % de Datos

En la Figura 2-19 se corroborar lo visto antes, hay una tendencia ascendente y luego descendente a ambos lados del eje vertical.



### 2.3.2.3 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 30 Hz y $\mu=0.3$

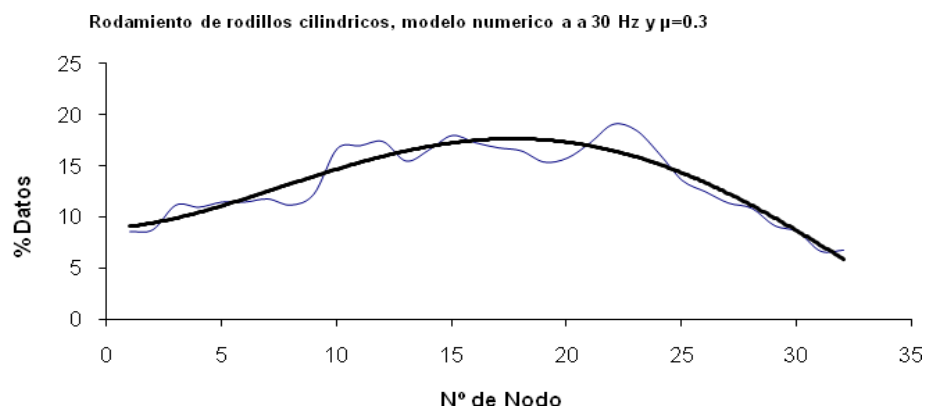
Los resultados obtenidos para un coeficiente de rozamiento de valor 0.3.



**Figura 2- 20:** Promedio de tensiones.

En la Figura 2-20 existe la misma tendencia ascendente-descendente, pero ahora aparece una nueva tendencia, hay un mayor número de altibajos y una gran uniformidad en cuanto a los valores como se aprecia en la línea de tendencia, puede ser que debido al aumento del coeficiente de rozamiento se produzca un mayor número de impactos y rebotes debido a un aumento de la vibración del sistema. Destacamos también que el punto crítico en esta simulación está entre los nodos 17 y 19.

Los valores representativos de un total de 1000 valores:

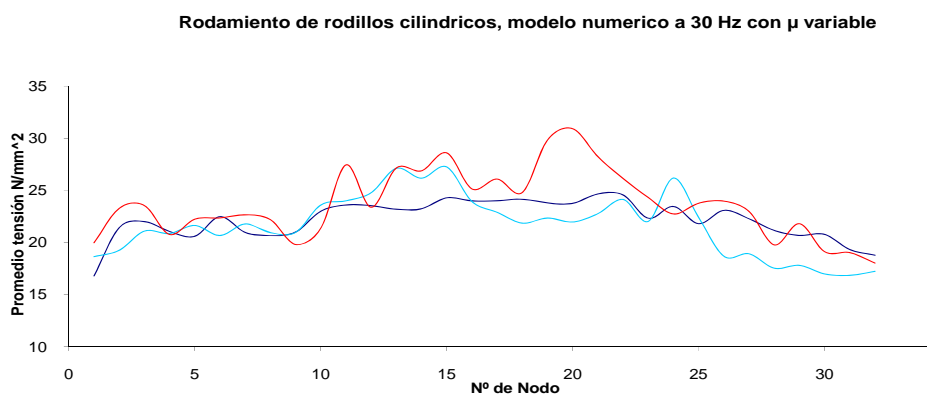


**Figura 2- 21:** % de Datos.

En la Figura 2-21 existe continuidad con lo comentado anteriormente, ya que esta representación que era muy uniforme en la gráfica 2-17 cuando el coeficiente de rozamiento era de 0,1 va volviéndose cada vez más irregular a medida que aumentamos este coeficiente. La línea de tendencia también va adquiriendo un aspecto más horizontal a medida que aumentamos  $\mu$ , se aprecia igual que en la figura 2-17, que los puntos más críticos están comprendidos entre los nodos 17 y 19.

#### 2.3.2.4 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 30 Hz y $\mu$ variable

Ahora se compararán todos los resultados obtenidos para una velocidad de 30Hz.



**Figura 2- 22:** Comparación promedio de tensiones.

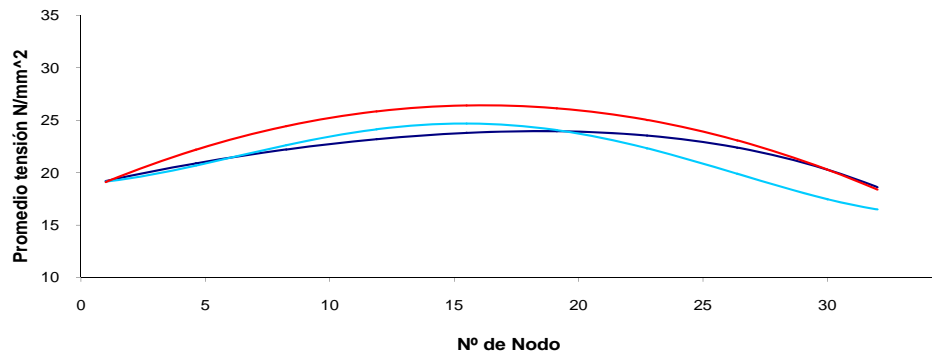
En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro  $\mu=0.1$ :
- En azul claro  $\mu=0.2$
- En rojo  $\mu=0.3$

En la Figura 2-22 a medida que aumenta el coeficiente de rozamiento los promedios de las tensiones descienden ligeramente, pero lo que más llama la atención es lo anteriormente descrito, y es que el comportamiento del rodamiento se vuelve más irregular al aumentar dicho coeficiente.

Para ver con mayor claridad el comportamiento del rodamiento a continuación el gráfico con las líneas de tendencia de cada simulación.

**Rodamiento de rodillos cilindricos, modelo numerico a 30  
Hz con  $\mu$  variable**



**Figura 2- 23:** Comparación promedio de tensiones.

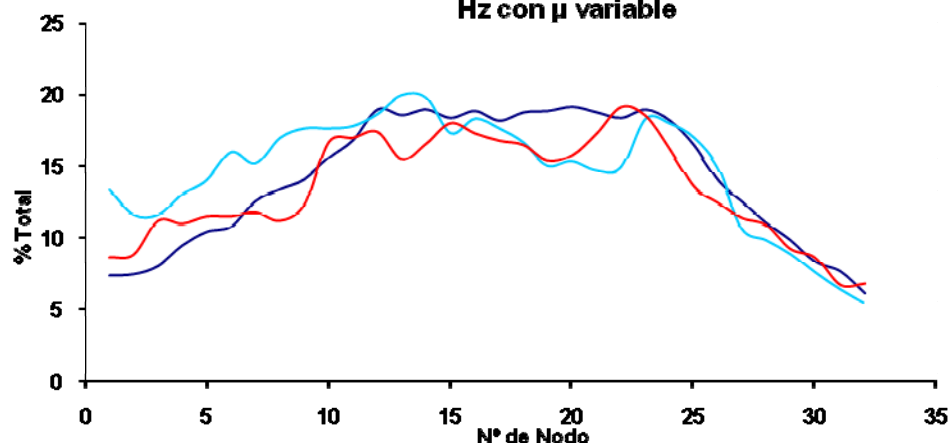
En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro  $\mu=0.1$ :
- En azul claro  $\mu=0.2$
- En rojo  $\mu=0.3$

En la Figura 2-23 podemos apreciar la evolución de la tensión aumentando, hasta alcanzar la cota de tensión máxima con  $\mu=0.3$ .

Comparando ahora los valores significativos para cada una de las simulaciones obtenemos la siguiente gráfica.

**Rodamiento de rodillos cilindricos, modelo numerico a 30  
Hz con  $\mu$  variable**



**Figura 2- 24:** Comparación % de datos.

En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro  $\mu=0.1$ :
- En azul claro  $\mu=0.2$
- En rojo  $\mu=0.3$

En la Figura 2-24 al aumentar  $\mu$ , se produce un aumento de los valores significativos en los extremos, así como una disminución en la zona central, provocando un achatamiento de la gráfica y una mayor uniformidad en la distribución de los valores.

Con las líneas de tendencia lo comentado se puede ver con mucha más claridad.

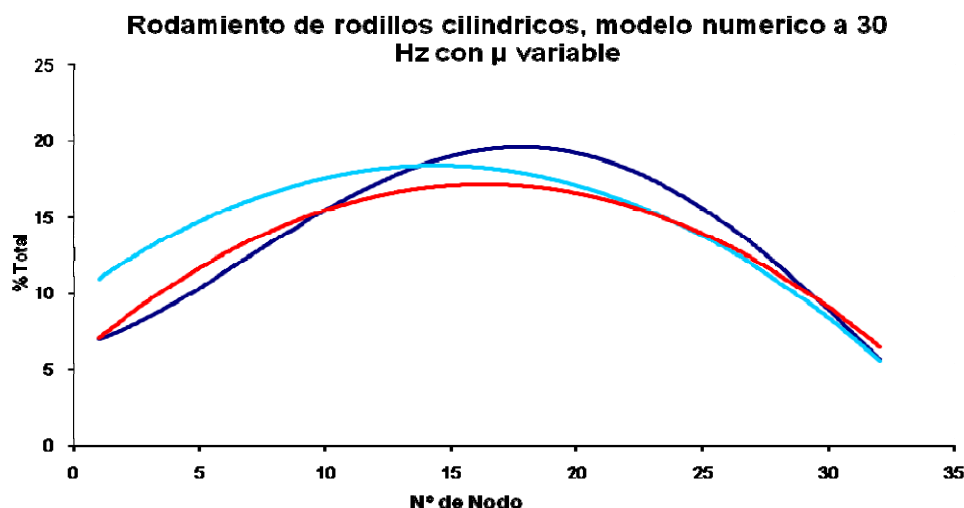


Figura 2- 25: Comparación % de Datos.

En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro  $\mu=0.1$ :
- En azul claro  $\mu=0.2$
- En rojo  $\mu=0.3$

En los resultados obtenidos en la Figura 2-25 se aprecia con más claridad lo comentado en la Figura 2-24, que al aumentar el coeficiente de rozamiento, aparte de ver que la evolución es mucho más variable, los valores máximos van disminuyendo, con lo que podemos deducir que al incrementar el coeficiente de rozamiento del rodamiento las tensiones se reparten más.



Las dos siguientes simulaciones serán a velocidades de 40 y 50 Hz se utilizarán para hacer una comparación al final entre todas las simulaciones realizadas con un coeficiente de rozamiento de valor 0,2, por lo que no se harán comentarios sobre los resultados obtenidos mas allá de lo que se puede ver a simple vista.

### 2.3.5 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 40 Hz y $\mu=0.2$

A continuación se muestran las gráficas de promedio y % de datos de un total de 560:

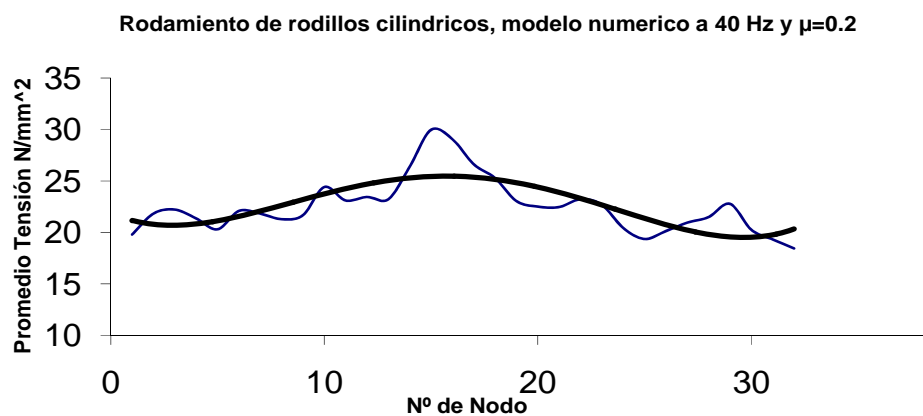


Figura 2- 26: Promedio de Tensiones.

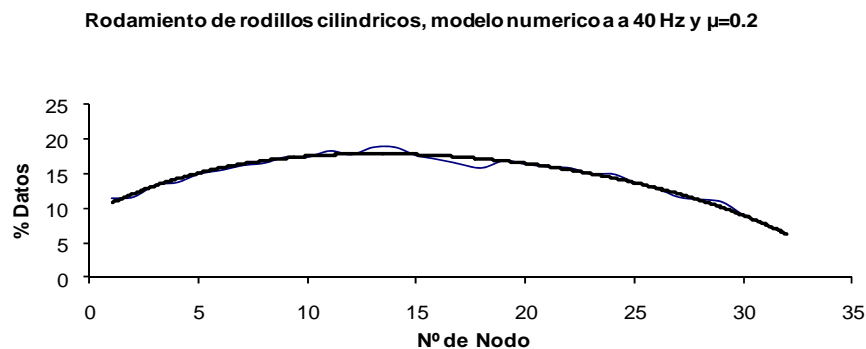


Figura 2- 27: % de Datos.

### 2.3.6 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 50 Hz y $\mu=0.2$

A continuación se muestran las gráficas de promedio y % de datos de un total de 560:

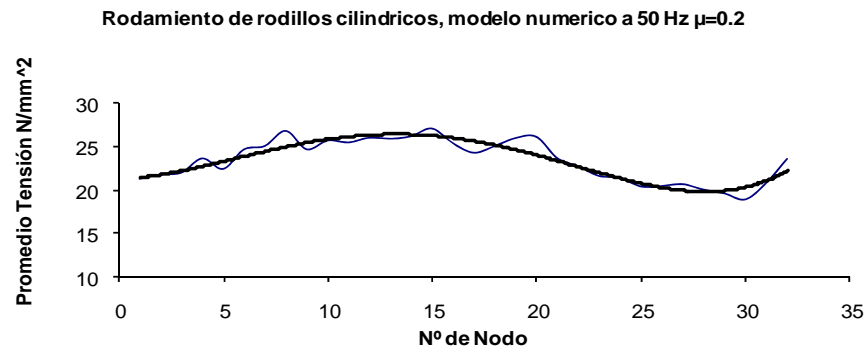


Figura 2- 28: Promedio de tensiones.

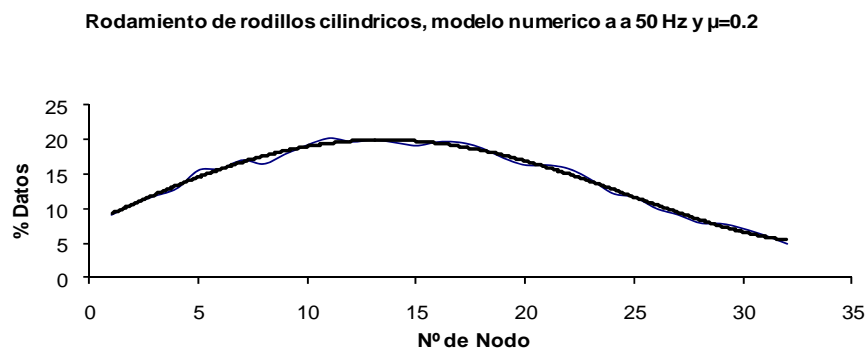


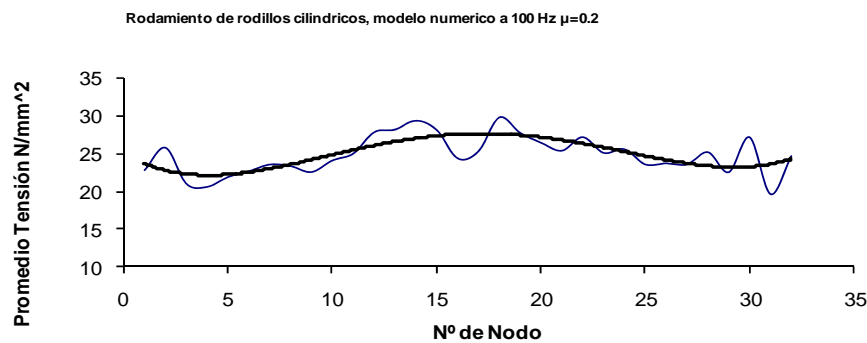
Figura 2- 29: % de Datos.

Con las velocidades hechas a 100 y 200 Hz se harán dos simulaciones para cada caso, una simulación con coeficiente de rozamiento de 0,2 y otra simulación con el coeficiente de rozamiento de 0,3.

### 2.3.7 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 100 Hz y $\mu$ variable

#### 2.3.7.1 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 100 Hz y $\mu=0.2$

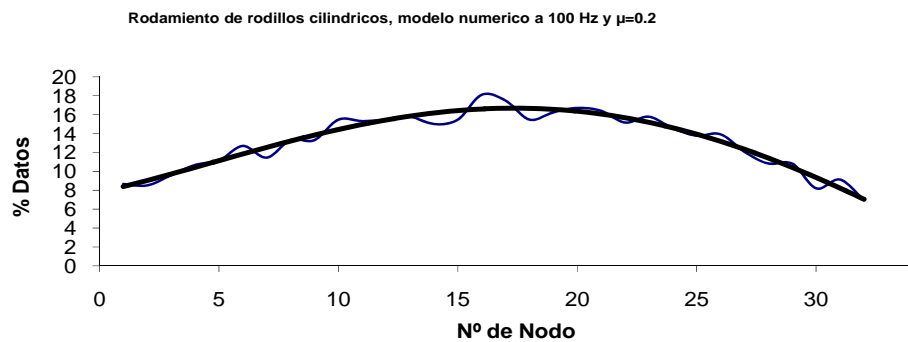
Gráficas correspondientes a un coeficiente de rozamiento de 0.2.



**Figura 2- 30:** Promedio de tensiones.

El comportamiento del rodamiento en esta simulación es bastante uniforme, también se ve con cierta claridad que el punto crítico en esta simulación está en el nodo nº 17.

A continuación la gráfica de valores representativos con un total de 646 valores

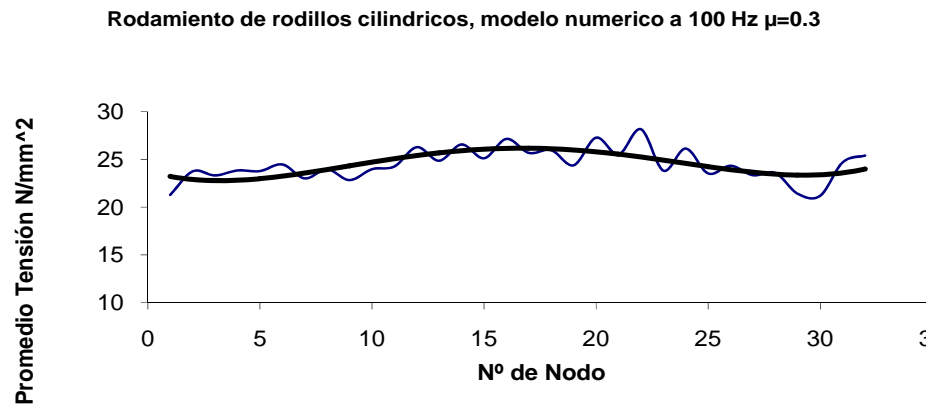


**Figura 2- 31:** % de Datos.

Nuevamente se aprecia como en el resto de las simulaciones el comportamiento ascendente-descendente descrito con anterioridad, también se verifica lo comentado en la Figura 2-30, el punto crítico está en el nodo 17-18.

### 2.3.7.2 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 100 Hz y $\mu=0.3$

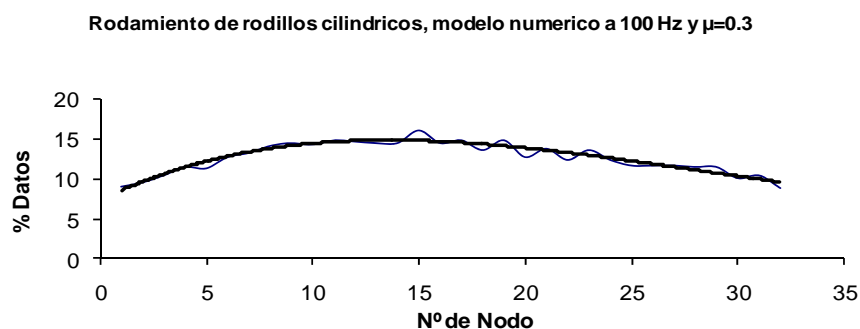
Resultados para un coeficiente de 0.3:



**Figura 2- 32:** Promedio de tensiones.

La uniformidad de los datos comienza a hacerse más patente, así como el aumento del valor de los promedios, comparando esta gráfica con los resultados obtenidos de otras simulaciones se ve que en este caso el número de puntos cuyo promedio supera los 25 N/mm<sup>2</sup> es significativo. Además se tiende a una estabilización de la tensión. Aquí debido a la uniformidad de resultados existe cierta dificultad para situar el punto crítico donde podrían empezar a aparecer defectos, pero podemos estimar que estará entre los nodos 16 y 18

Gráfica de valores representativos con un total de 565 valores.



**Figura 2- 33:** % de Datos.

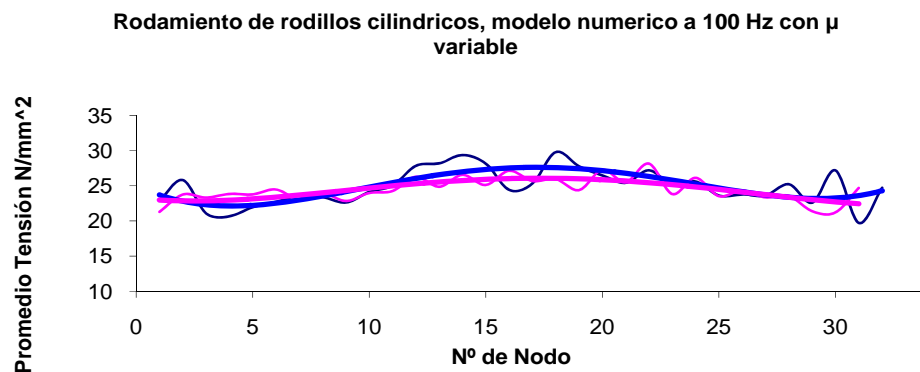
En la Figura 2-33 se aprecia lo comentado para la Figura 2-32, y es la uniformidad en el reparto de las tensiones, dificultando en gran medida la estimación de un punto crítico.



### 2.3.7.3 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 100 Hz y $\mu$ variable.

Si se comparan ambas simulaciones los resultados obtenidos son los siguientes:

Comparación de las gráficas de promedios.



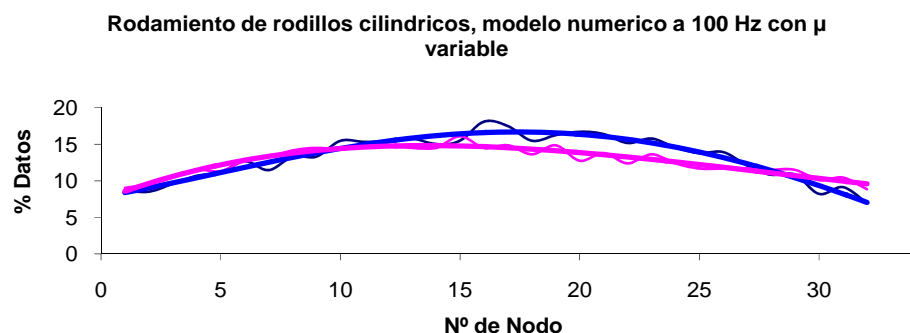
**Figura 2- 34:** Comparación promedio de tensiones.

En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro  $\mu=0.2$ :
- En rosa  $\mu=0.3$

El aumento del coeficiente de rozamiento provoca una uniformidad de los promedios, sucediendo como en el caso de las simulaciones a 30 Hz, pero en este caso además de esta estabilización se puede apreciar un ligero descenso de estos valores.

Comparando los valores representativos se ve:



**Figura 2- 35:** Comparación % de datos.



En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro  $\mu=0.2$ :
- En rosa  $\mu=0.3$

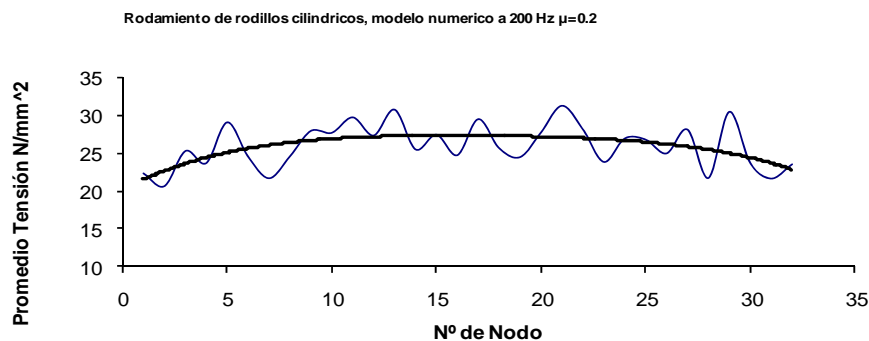
Lo que se puede observar en la Figura 2-35 es que hay una caída en el % de valores representativos al aumentar el coeficiente de rozamiento, así como una tendencia a la estabilización.

A continuación se realizará un procedimiento análogo al realizado para las simulaciones a 200 Hz.

### 2.3.8 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 200 Hz y $\mu$ =variable

#### 2.3.8.2 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 200 Hz y $\mu=0.2$

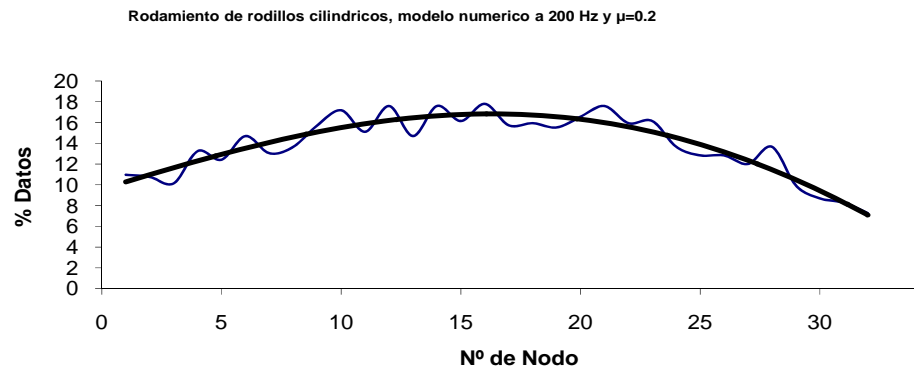
Resultados para un coeficiente de 0.2:



**Figura 2- 36:** Promedio de tensiones.

En la Figura 2-36 la curva de tendencia es prácticamente constante en su recorrido, además se ve que la tensión aparte de estar repartida uniformemente a lo largo de todo el anillo, es de un valor alto. Como se ve claramente en la gráfica podría aparecer un defecto en casi cualquiera de los puntos estudiados.

A continuación la gráfica de valores representativos con un total de 483 valores.

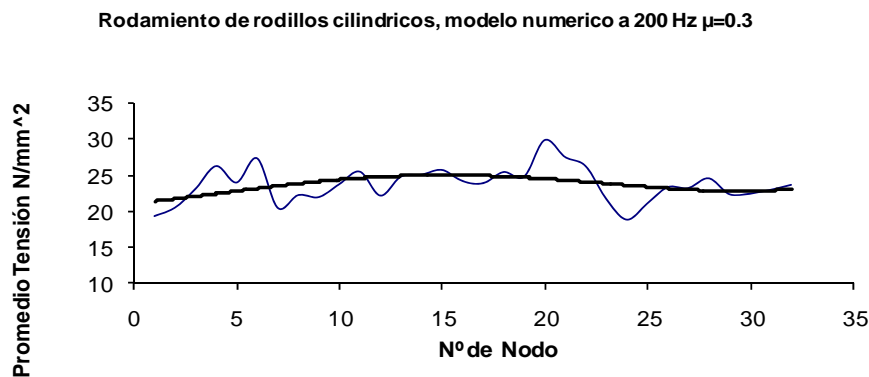


**Figura 2- 37:**% de Datos.

En esta gráfica si se puede pronosticar que el defecto tiene altas probabilidades de aparecer entre los nodos 15 y 17.

### 2.3.8.2 *Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 200 Hz y $\mu=0.3$*

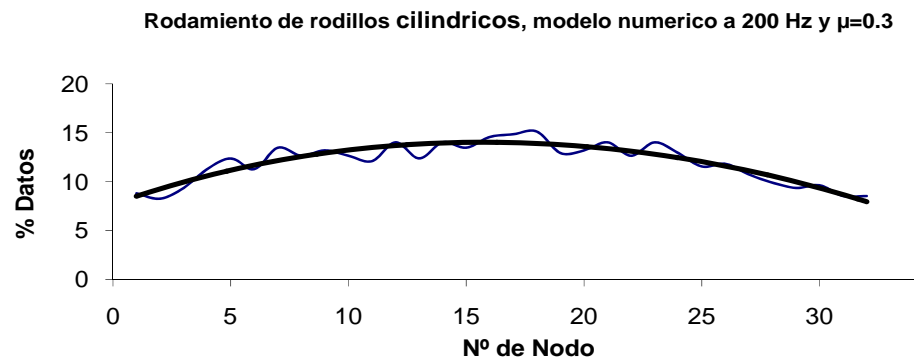
Resultados para un coeficiente de 0.3 tenemos:



**Figura 2- 38:** Promedio de tensiones.

Los comentarios expuestos para la simulación a 200 Hz y  $\mu=0.2$  también son validos para esta simulación, aunque en este caso el valor promedio desciende con respecto a la Figura 2-36.

A continuación la gráfica de valores representativos con un total de 304 valores.



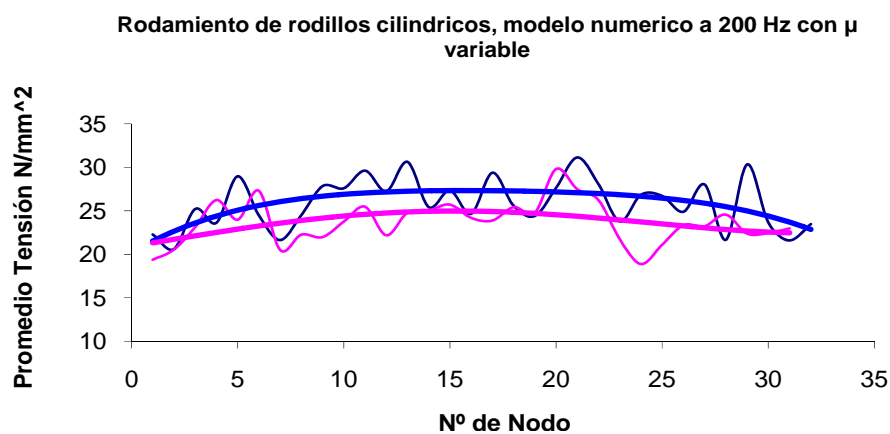
**Figura 2- 39:** % de Datos.

En este caso también se observa la existencia de un punto crítico en el nodo 15.

Comparando ambas simulaciones los resultados obtenidos son los siguientes:

### *2.3.8.3 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a 200 Hz y $\mu$ variable.*

Comparación de las gráficas de promedios.



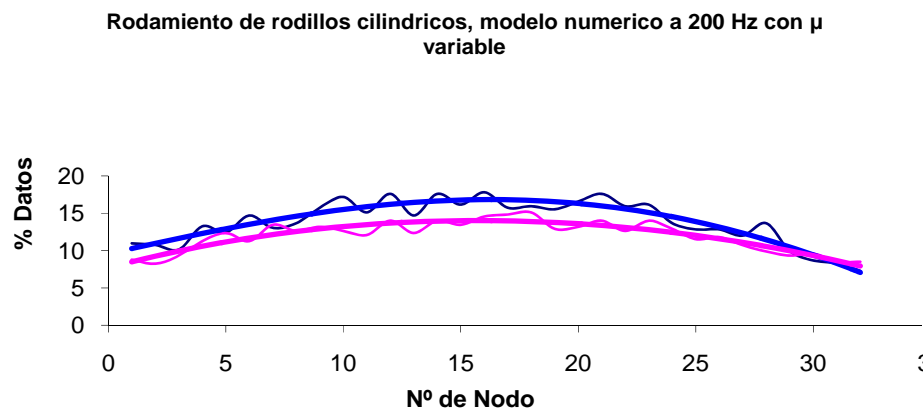
**Figura 2- 40:** Comparación promedio de tensiones.



En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro  $\mu=0.2$ :
- En rosa  $\mu=0.3$

En esta gráfica se puede apreciar, que aunque en ambos casos hay una gran uniformidad de resultados, al aumentar  $\mu$  hay un descenso sensible de las tensiones. Si comparamos los valores representativos tendremos:



**Figura 2- 41:** comparación % de datos.

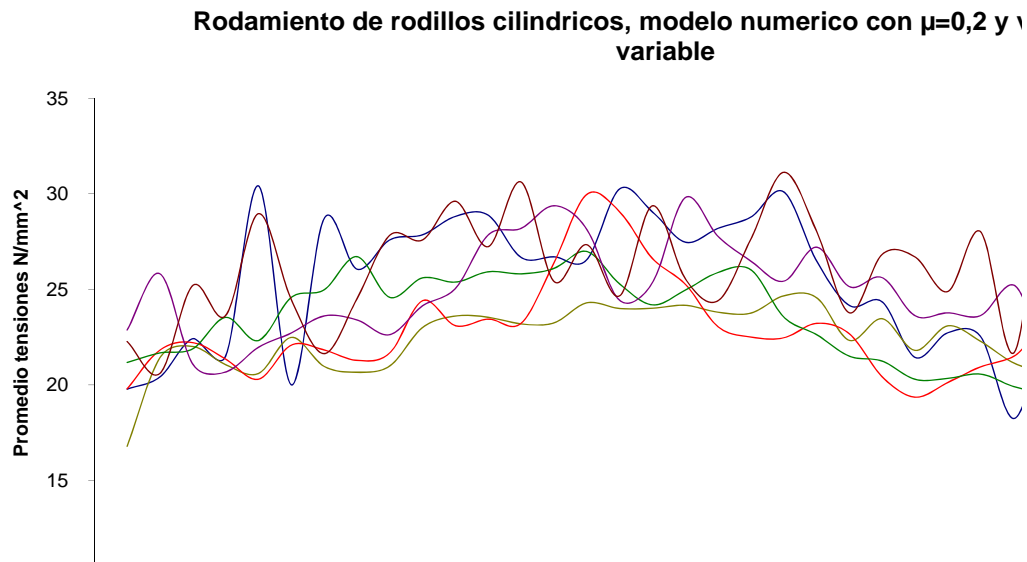
En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro  $\mu=0.2$ :
- En rosa  $\mu=0.3$

Lo que se puede observar en la Figura 2-41, es que hay una caída del % de valores representativos al aumentar el coeficiente de rozamiento igual que sucede con los promedios, así como una tendencia a la estabilización.

## 2.4 Análisis de datos para la simulación del modelo numérico a $\mu=0.2$ y velocidad variable.

Resultados obtenidos en todas las simulaciones hechas con un coeficiente de rozamiento de 0.2.



**Figura 2- 42:** Comparación promedios con  $\mu=0.2$  y velocidad variable.

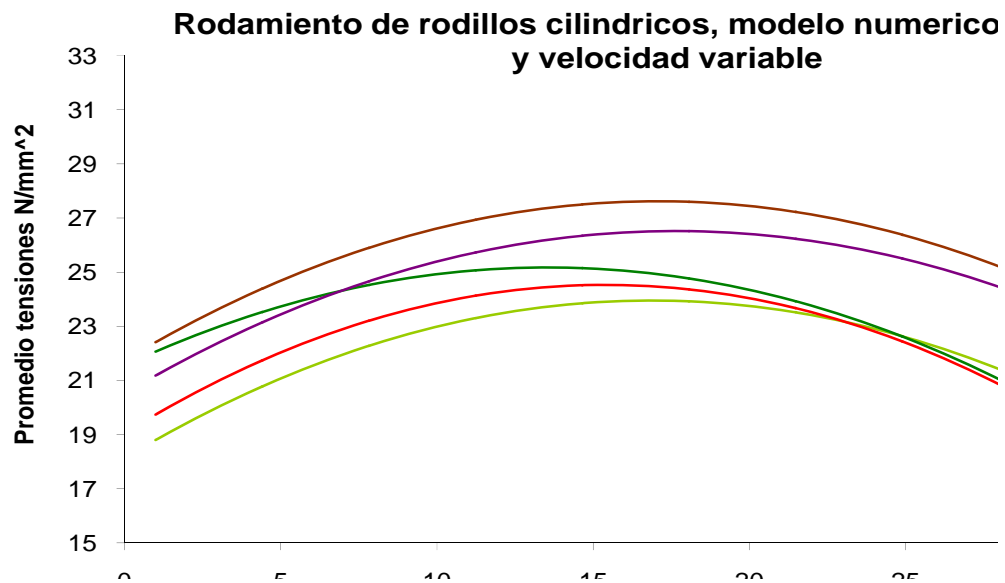
En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro 20 Hz:
- En verde claro 30 Hz
- En rojo 40 Hz
- En verde claro 50 Hz
- En morado 100 Hz
- En marrón 200 Hz

Todas las simulaciones tienen un comportamiento similar, con un aumento del promedio de las tensiones en la zona central y con disminución a ambos lados, también es observable como análogamente con el aumento de la velocidad aumentan el promedio de la tensión e igual que pasaba al incrementar el coeficiente de rozamiento aparecen muchos valores debidos a la vibración que desvirtúan los promedios.



Se añaden líneas de tendencia a la gráfica para apreciar mejor los resultados:



**Figura 2- 43:** Comparación simulaciones con  $\mu=0.2$  en líneas de tendencia.

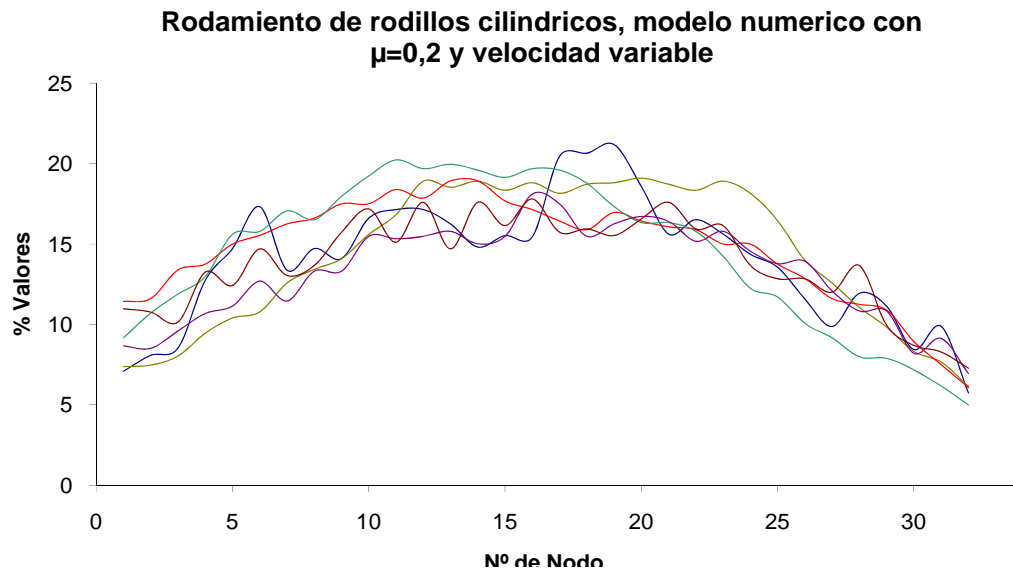
En la gráfica aparecen:

- En verde claro 30 Hz
- En rojo 40 Hz
- En verde oscuro 50 Hz
- En morado 100 Hz
- En marrón 200 Hz

En este caso si se puede apreciar claramente como al aumentar la velocidad de giro, del mismo modo aumenta el promedio de tensión.



Los valores representativos para cada simulación



**Figura 2- 44:** Comparación % de valores representativos para  $\mu=0.2$  y velocidad variable.

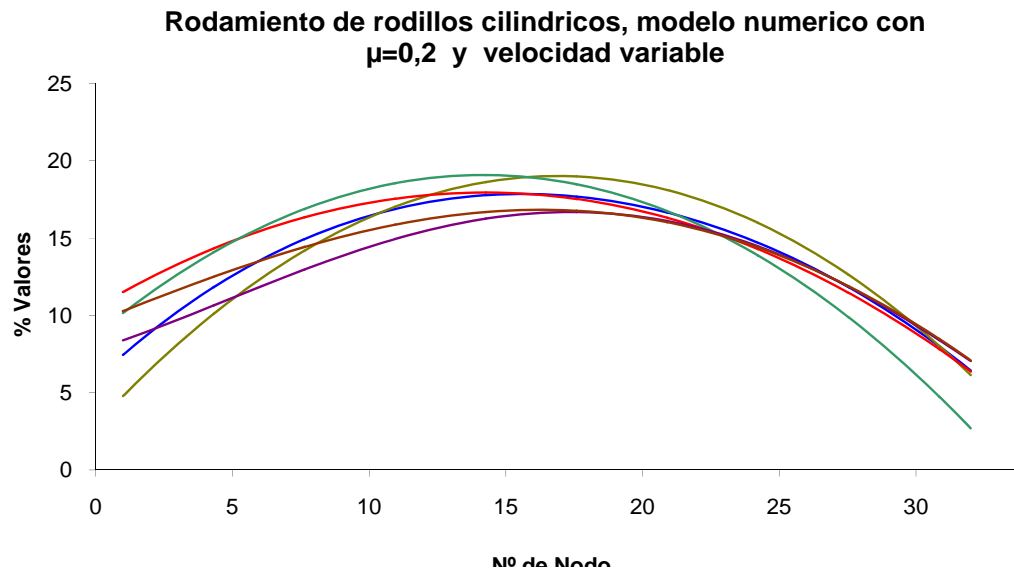
En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro 20 Hz:
- En verde claro 30 Hz
- En rojo 40 Hz
- En verde oscuro 50 Hz
- En morado 100 Hz
- En marrón 200 Hz

En esta segunda gráfica la evolución del sistema se puede ver con mucha más claridad, y que el numero de valores representativos aumenta en cada simulación hasta llegar a 100 Hz que ocurre lo inverso, y como verifica la simulación a 200 Hz al aumentar la velocidad cae la distribución de tensiones.



Observando las líneas de tendencia:



**Figura 2- 45:** Comparación % de valores representativos para  $\mu=0.2$  y velocidad variable en líneas de tendencia.

En la gráfica aparecen:

- En azul oscuro 20 Hz:
- En verde claro 30 Hz
- En rojo 40 Hz
- En verde oscuro 50 Hz
- En morado 100 Hz
- En marrón 200 Hz

Se aprecia más claramente como hay una tendencia al incremento de valores significativos, en velocidades no muy altas, hasta llegar a un valor máximo de aproximadamente el 19% de los valores, mientras que al aumentar la velocidad, el máximo cae y el comportamiento tiende a ser uniforme estando las tensiones mucho mas repartidas.



Como resumen de conclusiones, se creara una tabla con los valores más significativos de cada simulación.

**Tabla 2- 4:** Valores significativos para cada simulación.

$\mu$	Velocidad (Hz)	Pico de tensión Max. (N/mm <sup>2</sup> )		Promedio de Tensión Max. (N/mm <sup>2</sup> )		% Max de valores		Punto critico (nodo)
		Valor	Nodo	Valor	Nodo	Valor	Nodo	
<b>0.1</b>	<b>30</b>	181.215	10	24.661	21	19.093	20	18
<b>0.2</b>	<b>20</b>	340.835	17	30.414	5	21.185	19	14-15
	<b>30</b>	280.268	22	27.248	15	19.093	20	15-16
	<b>40</b>	446.523	15	29.963	15	18.929	14	15
	<b>50</b>	331.02	8	26.981	15	20.236	11	13
	<b>100</b>	315.772	13	29.798	18	18.111	16	17-18
	<b>200</b>	290.221	11	31.129	21	17.805	16	14-18
<b>0.3</b>	<b>30</b>	390.349	19	30.926	20	19.1	22	17-19
	<b>100</b>	263.598	31	28.149	22	16.106	15	13-16
	<b>200</b>	122.381	20	29.789	20	15.110	18	14-18

Como conclusión se observa que puede se puede estimar el punto donde puede iniciarse un defecto a velocidades bajas y con buena lubricación, existiendo una distribución de tensiones parabólica en estos casos, mientras que al aumentar la velocidad de giro, y/o disminuir la calidad de la lubricación se incrementa el número de zonas criticas disminuyendo con ello la vida útil del rodamiento.



## CAPITULO III

### ANÁLISIS DE LA TENSIÓN DE CORTADURA MEDIANTE SOLUCIÓN CON CÍRCULO DE MOHR EN UN RODAMIENTO DE RODILLOS CILÍNDRICOS.

#### 3.1 Tensión de Cortadura en la Dirección Tangente a la Pista Externa.

La tensión cortante en un sólido es la tensión tangente sumada a la torsión de la superficie del punto donde se aplica una carga [11], pero para este modelo numérico, los puntos de análisis en la pista externa cuentan con la dificultad adicional de encontrarse en una superficie curva. Como el programa define cada punto seleccionado como el origen de coordenadas (0,0), los resultados de tensión sobre el plano que genera el programa en cortante no son exactos para la mayoría de los nodos seleccionados para el análisis en la pista externa. Por este motivo es necesario realizar un análisis por medio del círculo de Mohr para definir la máxima tensión tangente en cada punto, así como la tensión cortante en la dirección tangencial a la pista externa.

Debido a la curvatura de la pista se genera una diferencia entre máxima tensión cortante y la tensión cortante en la dirección tangente, esta diferencia esta determina por los resultados de la tensión del círculo de Mohr, el ángulo de inclinación de dicho máximo no concuerda con el ángulo de inclinación del nodo seleccionado con respecto a la línea de fuerza (ángulo  $\phi$ ), es por esto que se calcula la tensión tangencial para cada nodo seleccionado.

Para comprender los cálculos realizados en este capítulo, en el que se hace un análisis de la evolución de la tensión de cortadura, en un modelo numérico de un rodamiento de rodillos cilíndricos, es necesario realizar una pequeña introducción al círculo de Mohr.

#### 3.2 El Círculo de Mohr

El círculo de Mohr es una aplicación para el cálculo de las tensiones en planos con distintas orientaciones alrededor de un punto de una pieza sometido a un estado tensional biaxial. Esta aplicación es válida para la ubicación de cada uno de los nodos que componen la pista externa dentro del modelo numérico.

En dos dimensiones, la Circunferencia de Mohr permite determinar la tensión máxima y mínima, a partir de dos mediciones de la tensión normal y tangencial sobre dos ángulos que forman 90°:

- Medida 1 ( $\sigma_x, \tau_{xy}$ )
- Medida 2 ( $\sigma_y, -\tau_{xy}$ )

Usando ejes rectangulares, donde el eje horizontal representa la tensión normal ( $\sigma$ ) y el eje vertical representa la tensión cortante o tangencial ( $\tau$ ) para cada uno de los planos anteriores. Los valores de la circunferencia quedan representados de la siguiente manera:

Centro del círculo de Mohr:

$$C = (\sigma_{med}, 0) = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0 \right) \quad (3-1)$$

Radio de la circunferencia de Mohr:

$$r = \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3-2)$$

Las tensiones máximas y mínimas vienen dados en términos de esas magnitudes simplemente por:

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \sigma_{med} + r \\ \sigma_{\min} &= \sigma_{med} - r \end{aligned}$$

Otra característica es que podemos obtener es los valores de  $2\theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo de inclinación del plano sobre el que hemos tomado nuestras mediciones con respecto al plano donde están las tensiones máxima y mínima:

$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (3-3)$$

Si representamos el Círculo de Mohr, quedaría:

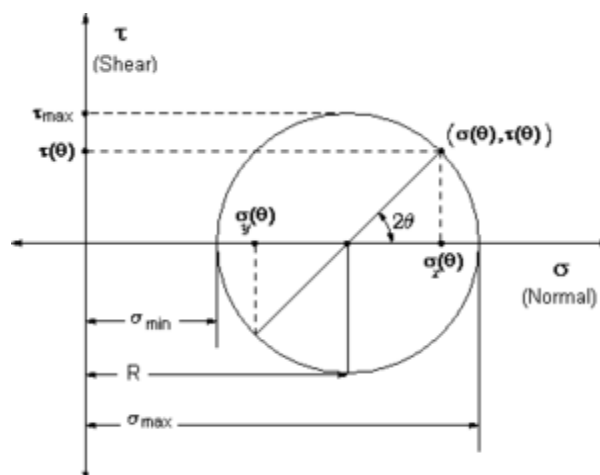


Figura 3- 1: Círculo de Mohr



Para dibujar correctamente el círculo de Mohr deben tenerse en cuenta los siguientes detalles:

- El sentido de giro del ángulo  $\theta$  en el círculo se corresponde con el sentido de giro del plano en la realidad.
- El signo de las tensiones tangenciales ( $\tau$ ) se toma como positivo si giran en sentido de las agujas del reloj alrededor del elemento diferencial y negativo en caso contrario.
- El ángulo entre dos radios del círculo equivale al doble del ángulo entre los planos reales correspondientes.

Para realizar el análisis de la evolución de la tensión tangencial, en un modelo numérico de un rodamiento de rodillos cilíndricos, se seguirá el siguiente procedimiento.

### 3.3 Obtención y Análisis de datos.

Para obtener los resultados, se usó el modelo numérico de rodamiento de rodillos cilíndrico analizado por medio del método de los elementos finitos (MEF) con simulación para eventos mecánicos (MES) en software comercial con código Algor<sup>TM</sup> [12]. Este software permite obtener los datos de tensiones en los ejes globales predefinidos por el programa ( $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  y  $\tau_{yz}$ ).

El estudio se hará en diversos puntos de la zona de carga, que se pueden observar en la figura 3-2.

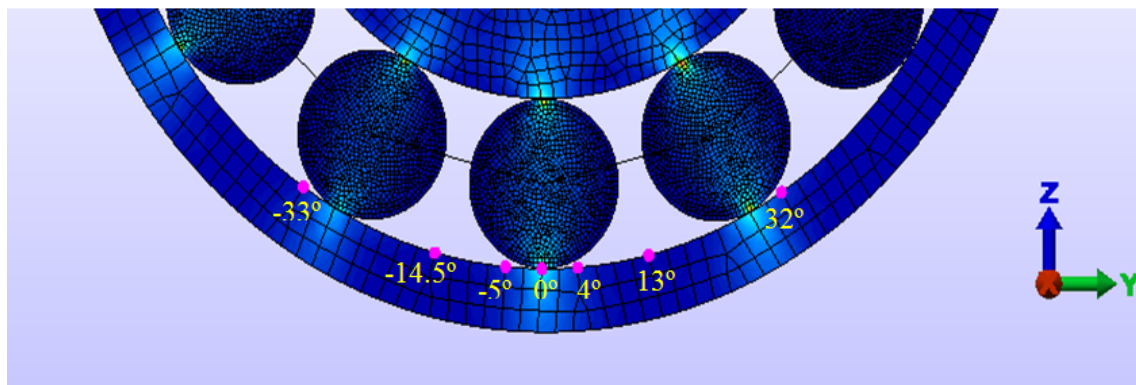


Figura 3- 2: Puntos del modelo analizados.

Para obtener los datos de tensión cortante, en la dirección tangente a la pista externa, se recopilarán los datos de tensión en los ejes indicados en la figura 3-2 en cada nodo seleccionado, como los datos obtenidos no son los que se requieren para el estudio, se harán las siguientes operaciones:

1. Como se ha comentado con anterioridad, en primer lugar se obtendrán mediante Algor<sup>TM</sup> los datos de tensión en los ejes globales predefinidos ( $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  y  $\tau_{yz}$ ), como se muestra en la figura 3-3.

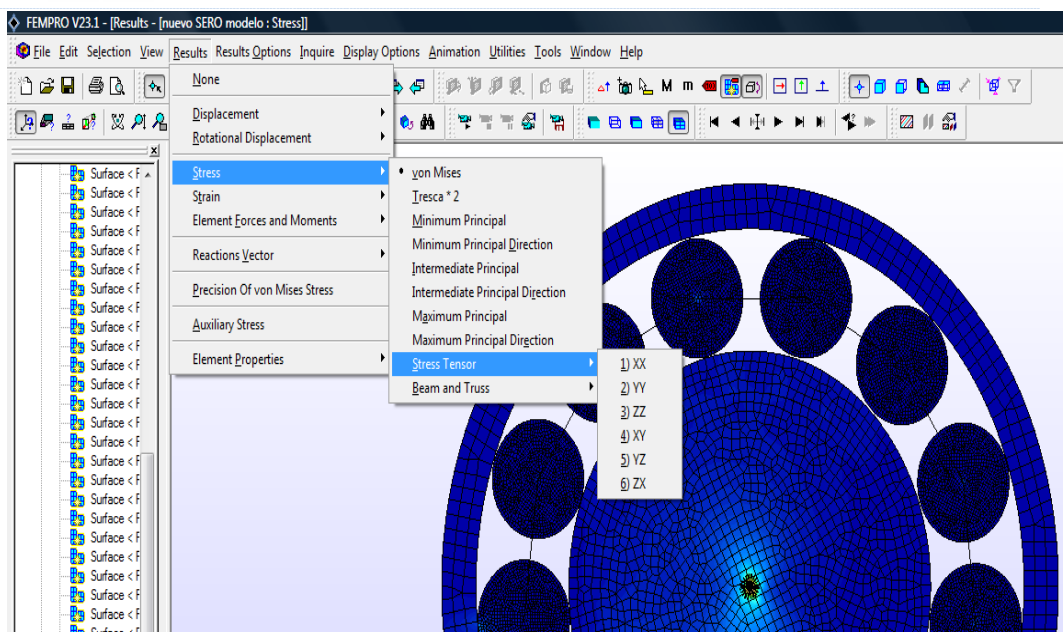


Figura 3- 3: Obtención de tensiones en ejes globales.

2. Una vez obtenidos los datos en los ejes globales se construye el círculo de Mohr, utilizando las ecuaciones descritas en el apartado 3.2 (3-1) y (3-2).
3. Los datos obtenidos en Algor<sup>TM</sup>, generan dos puntos diametralmente opuestos del círculo de Mohr, para conocer la situación de estos puntos se usará la ecuación (3-3). Esta ecuación resuelve el ángulo  $2\theta$  que dista entre la línea que une los dos puntos diametralmente opuestos ( $\sigma_y, \tau_{yz}$ ) y ( $\sigma_z, -\tau_{yz}$ ) con el eje de abscisas.

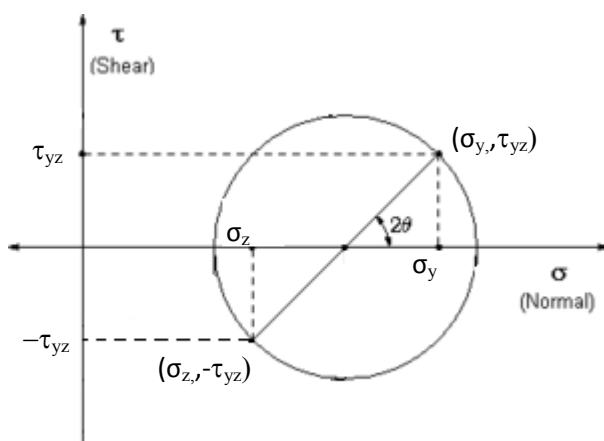


Figura 3- 4: Posición de los puntos obtenidos mediante Algor<sup>TM</sup>.

4. Una vez obtenido este ángulo, se girará tal y como se muestra en la figura 3-5, un ángulo  $2\varphi$ , correspondiente a la posición de los puntos estudiados.

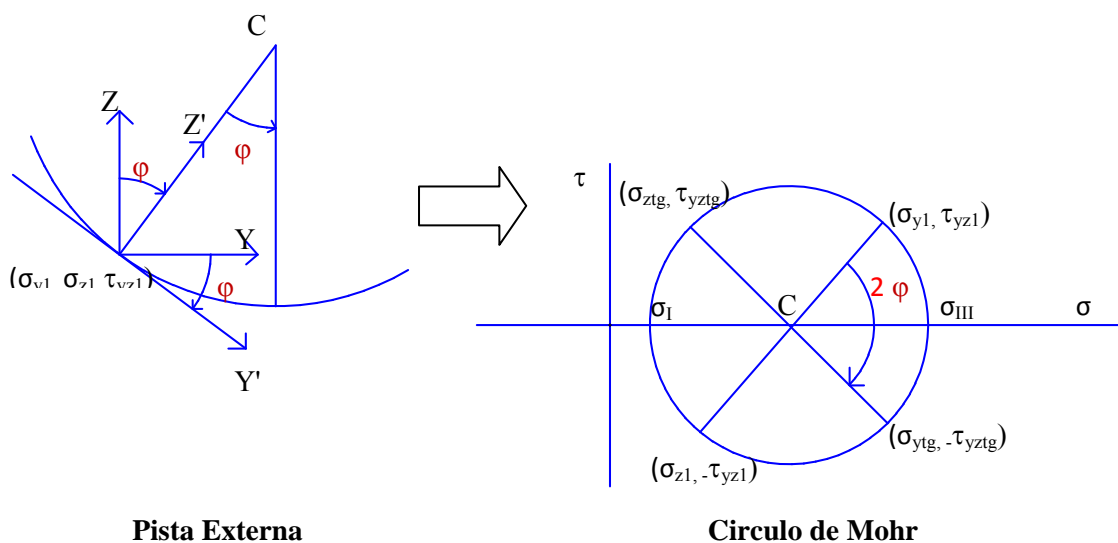


Figura 3- 5: Explicación gráfica de la obtención del cortante tangencial.

5. Una vez obtenida la posición del cortante en la dirección tangente al anillo externo del rodamiento, se obtendrá el valor numérico, multiplicando el radio del círculo de Mohr, por el seno del ángulo comprendido entre el eje de abscisas y los puntos obtenidos en el paso 4.

$$\tau_{\tan} = \left[ \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \right] \cdot \text{sen}(2\theta - 2\varphi) \quad (3-4)$$

Con los datos obtenidos de esta forma se hará un estudio de la evolución de la tensión de cortadura en la dirección tangente a la pista externa en función de la posición del nodo estudiado, y de la velocidad de rotación del modelo numérico.

También se hará un estudio de la tensión de cortadura máxima (obtenida mediante la ecuación (3-2)), y se comparará con la tensión de cortadura tangencial.

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3-2)$$

Al hacer esta comparación de la tensión de cortadura máxima y la tensión de cortadura en la dirección tangente a la pista externa, obtendremos unas gráficas de la siguiente forma:



**Rodamiento de rodillos cilíndricos modelo  
numérico a 40 Hz y 13.35°**

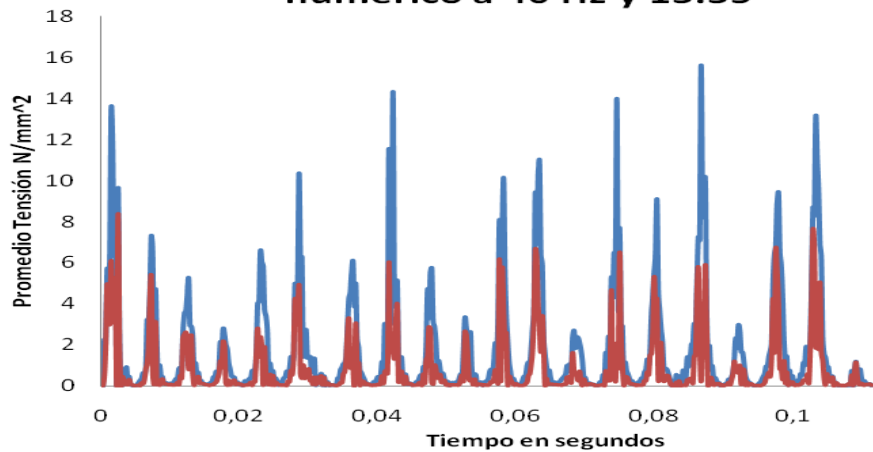


Figura 3- 6: Comparación de la tensión cortante máxima con la tensión cortante tangente.

**Rodamiento de rodillos cilíndricos modelo  
numérico a 30 Hz y 13.35°**

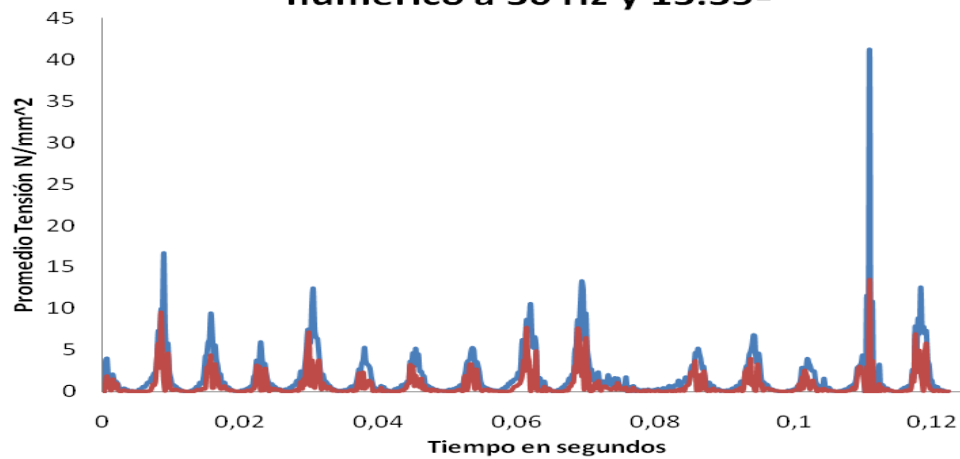


Figura 3- 7: Comparación de la tensión cortante máxima con la tensión cortante tangente.

**Rodamiento de rodillos cilíndricos modelo  
numérico a 100 Hz y 13.35°**

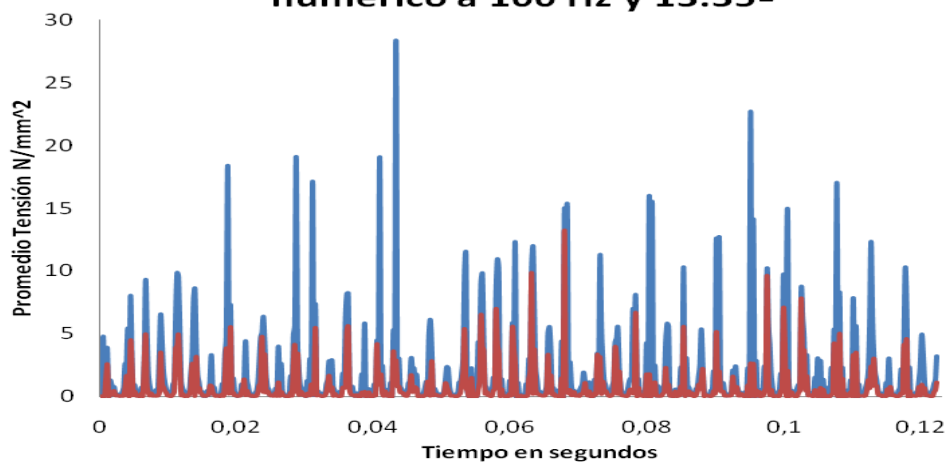


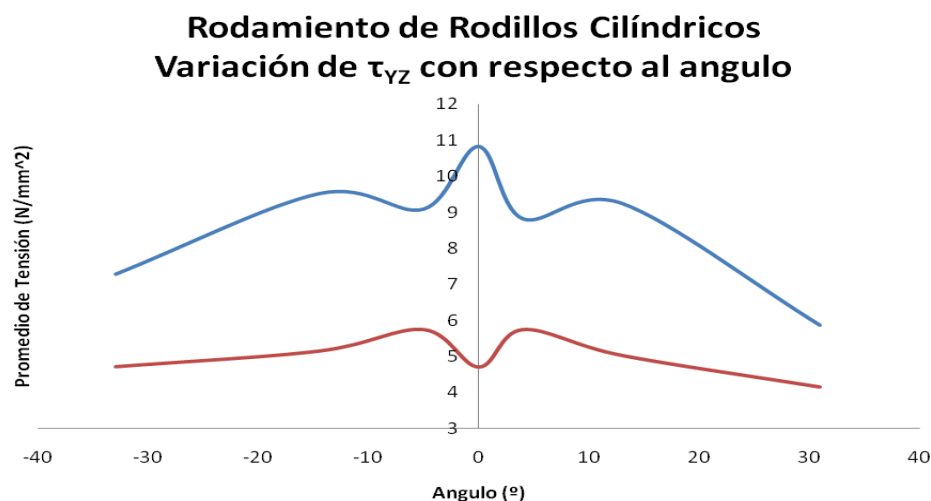
Figura 3- 8: Comparación de la tensión cortante máxima con la tensión cortante tangente.

En las gráficas aparecen:

- En azul la tensión cortante máxima.
- En rojo la tensión cortante en la dirección tangente a la pista externa.

Si se observa las figuras de la 3-6 a la 3-8, se aprecia la diferencia en los máximos, mientras que en la tensión de cortadura en la dirección tangente hay una mayor igualdad en el rango de los datos, en la tensión máxima, hay mucha diferencia entre unos máximos y otros, la diferencia entre ambas funciones es que la tensión en la dirección tangencial, no tiene en cuenta las variaciones instantáneas de compresión debidas a los golpes, lo que permite diferenciar entre los pasos de rodillo y con los golpes generados por la vibración.

Se hará también una comparación de la evolución de las dos tensiones de cortadura, tanto la tensión de cortadura máxima, como la tensión de cortadura tangente a la pista externa, para realizar esta comparación, se obtendrán los promedios de las tensiones, en cada uno de los nodos seleccionados en la figura 3-2, al representar estos puntos obtendremos la siguiente gráfica:



**Figura 3- 9:** Comparación de la evolución de la tensión de cortadura para una velocidad de 40 Hz

En la gráfica aparecen:

- En azul tensión de cortadura máxima con velocidad de rotación de 40 Hz
- En rojo tensión de cortadura en la dirección tangente a la pista externa con velocidad de rotación de 40 Hz



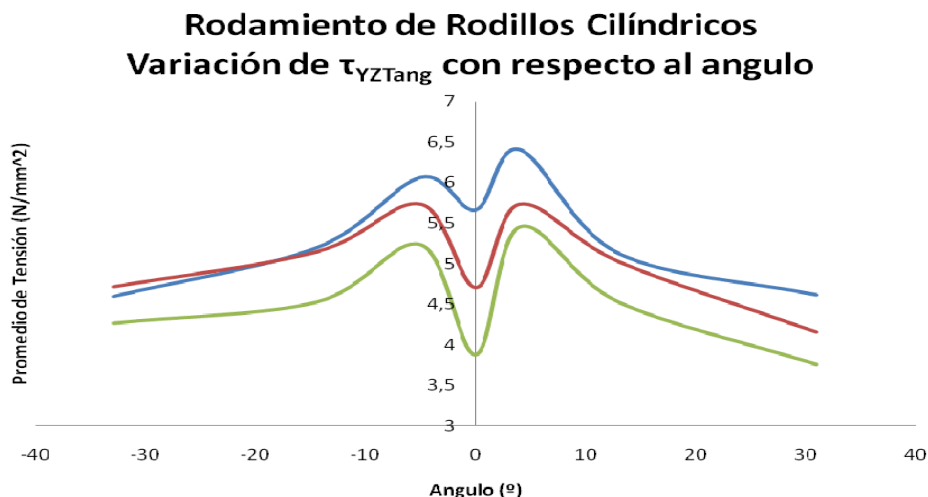
En la figura 3-9, se puede observar como los promedios de tensión, en la dirección tangente son significativamente inferiores, además se puede observar como en el caso de la tensión máxima, en la vertical registra el valor más alto, ya que esta directamente influida por la tensión de compresión que existe en ese punto. Sin embargo en el caso de la tensión en la dirección tangente a la pista externa, en ese mismo punto aparece el valor más pequeño, debido a que en esa dirección la tensión de compresión no tiene tanta influencia sobre la tensión de cortadura.

A continuación se realizará una comparación de la evolución de la tensión de cortadura en la dirección tangente a la pista externa, se variará la velocidad de rotación del eje del rodamiento de rodillos cilíndrico, para realizar esta comparación se obtendrá como para la gráfica anterior los promedios de las tensiones, obteniendo la siguiente tabla:

**Tabla 3- 1:** Promedio de tensión en los nodos estudiados en N/mm<sup>2</sup>

Angulo (°)	Velocidad de Rotación		
	30 Hz	40 Hz	100 Hz
-33	4,6	4,72	4,27
-14,5	5,2	5,15	4,53
-5	6,07	5,74	5,24
0	5,67	4,71	3,88
4	6,41	5,74	5,46
13	5,13	5,03	4,53
31	4,62	4,16	3,76

Si ahora se representan estos promedios de tensión la gráfica resultante será:



**Figura 3- 10:** Evolución de la tensión tangente.

Observando la figura 3-10 se advierten una serie de cosas, en primer lugar como es lógico la tensión mínima se encuentra en  $0^\circ$ , ya que en ese ángulo la tensión existente corresponde en su mayor parte a la tensión de compresión, luego existen unos máximos, al alejarse de la vertical, la diferencia existente entre ambos lados es debido al sentido de giro.

Una vez en estos máximos, se produce una disminución gradual del valor de la tensión tangencial, del mismo modo que hay una disminución en la tensión de Von Mises, del mismo modo existe una pequeña diferencia en los valores de los datos dependiendo del lado de la gráfica debido al sentido de giro del rodamiento.

Observando la figura 3-10 se puede ver que los nodos con mayor tensión de cortadura son los que están inmediatamente después de la vertical, lo que es lógico ya que es en ese momento cuando empiezan a aparecer los esfuerzos de cortadura, y además es en los puntos donde la tensión es más grande debido a la dirección de la fuerza aplicada.

Unido a lo estudiado en el capítulo II podemos concluir que los puntos críticos aparecerán, cerca de la vertical y ligeramente a la derecha de la misma debido a la dirección de giro de nuestro modelo de rodamiento de rodillos cilíndricos.



## CAPÍTULO IV

### ANÁLISIS DE FATIGA EN PISTA EXTERNA SEGÚN LUNDBERG AND A. PALMAREN PARA UN RODAMIENTO DE RODILLOS CILINDRICOS. APLICACIÓN AL MODELO NUMERICO (MEF/MES)

#### 4.1 Introducción:

En esta investigación se analiza un modelo numérico de un rodamiento de rodillos cilíndricos que ha sido simulado a diferentes tipos de velocidades de giro.

Este análisis se basará en la predicción del defecto en pista externa con un estudio de fatiga a diferentes tipos de rotación del eje a 30, 40 y 50 Hz, tomando como datos la tensión formada por el contacto entre los rodillos y la pista externa sobre la zona de carga.

Para este trabajo se realizaron diferentes tipos de análisis de fatiga encontrados en la literatura técnica que se presentan a continuación, con estos estudios se busco determinar de forma aproximada el tiempo de fallo del material con que esta construido el rodamiento.

Uno de estos análisis se basa en la obtención del diagrama S-N [13], para lo que se necesitara el límite de fatiga ( $S_e$ ) del rodamiento estudiado.

Una vez obtenido este diagrama se adiciona el calculo de la tensión ( $S_f$ ) a la que esta sometido el sistema sobre los puntos de máximo valor y se llevara al diagrama S-N obtenido previamente.

Para ello, mediante Algor<sup>TM</sup> se obtiene el tensor de tensiones en el nodo que presenta mayor tensión de contacto, este tensor de tensiones tendrá componentes media y alternante para todos sus miembros.

Finalmente con estos datos y utilizando el criterio de fallo de Goodman se obtendrá la tensión media del nodo de mayor tensión del sistema, para luego ser comparado con el diagrama S-N, si resulta que  $S_f < S_e$ , entonces el material del rodamiento tendrá vida infinita en las condiciones de estudio para este criterio.

A continuación aplicaremos un segundo criterio basado en la teoría de fatiga de Lundberg & Palmgren

La explicación de la aplicación de este criterio se hará en su correspondiente apartado.



## 4.2 Análisis de fatiga por el diagrama S-N

### 4.2.1 Cálculo del límite de fatiga por diagrama S-N.

La primera aproximación que se realiza para el análisis de fatiga en un rodamiento de rodillos en esta investigación es con el diagrama S-N (esfuerzo, número de ciclos y probabilidad de falla).

Para realizar este estudio, primero se calculará el límite de fatiga ( $S_e$ ) de las tensiones de contacto que se generan a lo largo de la pista externa del rodamiento estudiado, para luego obtener el diagrama S-N.

Se trata de un acero colado de modo que su límite de fatiga será:

$$S_e' = 0.45 \cdot S_{ut} \rightarrow \text{Si } S_{ut} \leq 600 \text{ MPa}$$

$$S_e' = 275 \text{ MPa} \rightarrow \text{Si } S_{ut} \geq 600 \text{ MPa}$$

En este caso:

$$S_{ut} = 330 \text{ MPa de modo que } S_e' = 0.45 \cdot S_{ut} = 330 \cdot 0.45 = 148.5 \text{ MPa}$$

Este límite de fatiga, es sobreestimado con lo de modo que se usará la ecuación de Marin [14] para corregirlo, utilizando los denominados coeficientes de Marin.

$$S_e = S_e' \cdot K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \quad (4-1)$$

Estos coeficientes se tendrán en cuenta de la siguiente manera:



#### 4.2.1.1 Factor de acabado superficial ( $K_a$ )

El factor de acabado superficial se calcula utilizando la siguiente formula:

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b \quad (4-2)$$

Tabla 4- 1: Factor de acabado superficial  $K_a$

Acabado superficial	Coefficiente (MPa)	Exponente b
Pulido	1,00	0
Acabado fino (esmerilado, rectificado, )	1,58	-0,085
Mecanizado sin acabar/estirado en frio	4,51	-0,265
Laminado en caliente	57,70	-0,718
Forjado	272,00	-0,995

Los coeficientes a y b se obtienen de la tabla 4-1, y su valor depende del acabado superficial, como en este caso debido a la finalidad del rodamiento, tenemos una superficie pulida, siendo en este caso  $a=1$  y  $b=0$ .

De modo que  $K_a=1$

#### 4.2.1.2 Factor de tamaño ( $K_b$ ).

Para una pieza de sección circular el factor de tamaño se calcula de la siguiente forma:

En donde  $d = 31$  mm

$$K_b = \left( \frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} \quad 2.79 \leq d \leq 51 \quad d \text{ en mm} \quad (4-3)$$

$$K_b = \left( \frac{31}{7.62} \right)^{-0.1133} = 0.853$$



#### 4.2.1.3 Factor de fiabilidad ( $K_c$ ).

Viene dado por la siguiente tabla:

**Tabla 4-2:** Factor de fiabilidad para el análisis.

Fiabilidad	Factor de fiabilidad $K_c$
0.5	1
0.9	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753
0.9999	0.702
0.99999	0.659
0.999999	0.620
0.9999999	0.584
0.99999999	0.551
0.999999999	0.520

Este estudio se hará con una fiabilidad del 99%, que con referencia a la tabla 4.2 el factor es igual 0,814.

#### 4.2.1.4 Factor de temperatura ( $K_d$ ).

El modelo numérico fue analizado bajo temperatura ambiental, no generando calor el contacto de sus piezas.

$$K_d = 1$$

$$T \leq 450^\circ C$$

$$K_d = 1 - 5.8 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 450) \quad T \leq 450^\circ C \quad (4-4)$$

Como la temperatura de trabajo en este caso es inferior a 450°C:

$$K_d=1$$





#### 4.2.1.5. Factor de concentración de tensiones ( $K_e$ )

En el modelo numérico debido a su geometría no se ha evaluado, ni analizado el factor de concentración de tensiones, debido a que no existe ningún punto en el que exista concentración de tensiones.

$$K_e=1$$

#### 4.2.1.6 Factor de efectos diversos ( $K_f$ )

El modelo numérico se desarrolla en situaciones normales de funcionamiento por esta razón tampoco se considerara ningún otro efecto sobre esta pieza, con lo que:

$$K_f=1$$

Una vez calculado estos coeficientes se calcula el límite de fatiga corregido

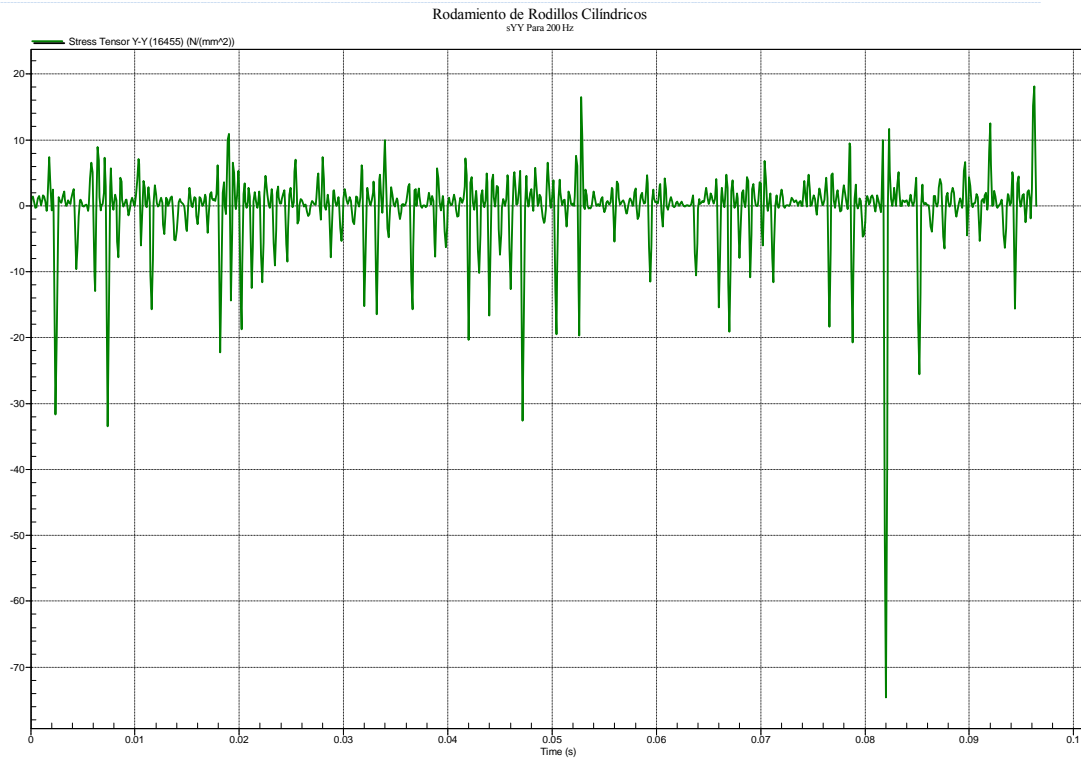
$$S_e = S'_e \cdot K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \quad (4-1)$$

$$S_e = 148.5 * 1 * 0.853 * 0.814 * 1 * 1 = 103.109 \text{ MPa}$$

#### 4.2.2. Calculo de la tensión para el análisis de fatiga según el criterio del diagrama S-N.

Para el calculo de la tensión de fatiga en el rodamiento, se obtendrán las tensiones normales y la tensión tangencial, de la simulación mas critica, en este caso e la simulación a 200 Hz, con un coeficiente de rozamiento  $\mu=0.2$ , además dentro de esta simulación se elegirá el nodo numero 21 de la figura 2-4 por ser el que tiene un promedio de tensiones más alto (Véase Capitulo II- Localización por análisis de tensión en Von Mises del punto crítico y/o puntos de máxima tensión en un rodamiento de rodillos).

Si se observan las gráficas correspondientes a  $\sigma_{YY}$ ,  $\sigma_{ZZ}$  y  $\tau_{YZ}$  se tienen los siguientes resultados haciendo la media de las tensiones máximas y mínimas.



**Figura 4- 1:** Variación de  $\sigma_{YY}$  con respecto al tiempo.

Como se observa en la Figura 4-1:

$$\sigma_{YY\max} = 5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{YY\min} = -20 \text{ MPa}$$

Esto significa que existirá una tensión media y una tensión alternante que se calcularán de la forma:

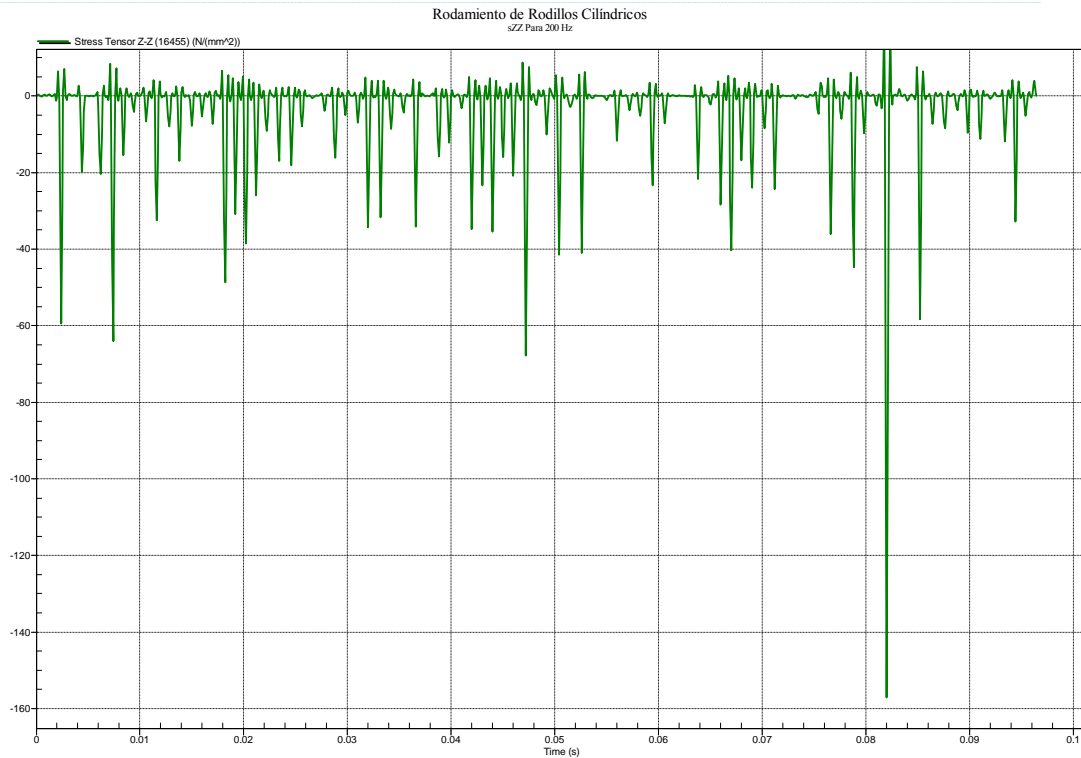
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad (4-5)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (4-6)$$

Utilizando las expresiones (4-5) y (4-6):

$$\sigma_{YYm} = -7.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{YYa} = 12.5 \text{ MPa}$$



**Figura 4- 2:** Variación de  $\sigma_{ZZ}$  con respecto al tiempo.

Como se observa en la Figura 4-2:

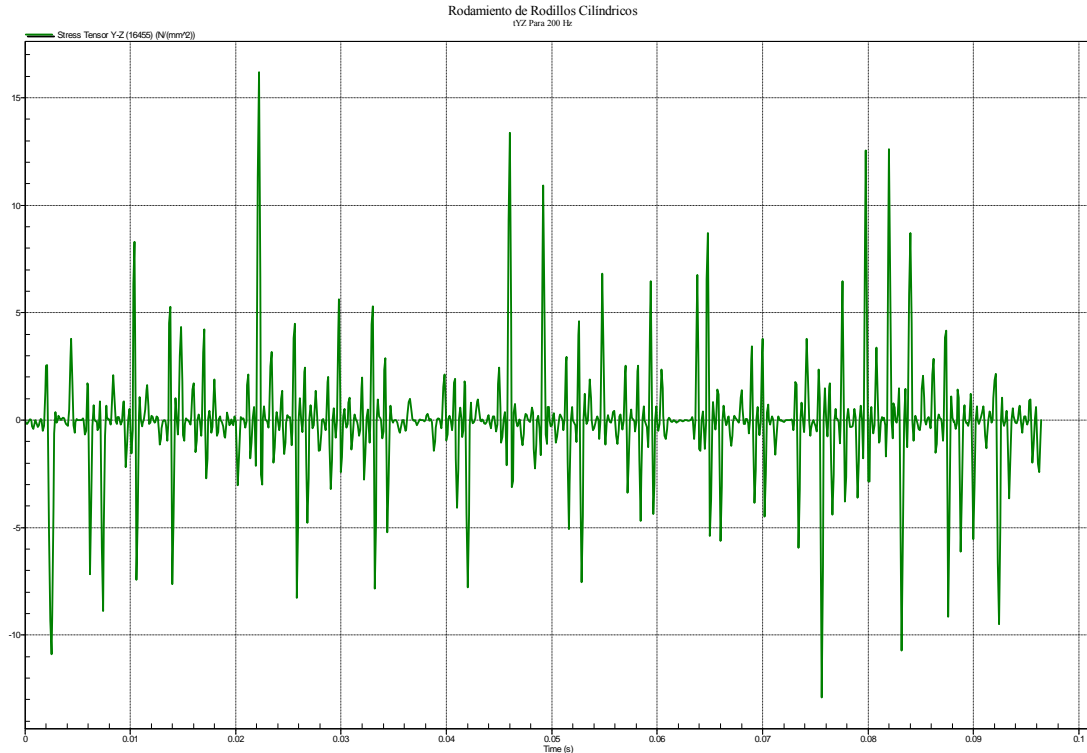
$$\sigma_{ZZ\max}=2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ZZ\min}= -30 \text{ MPa}$$

Esto significa que existirá una tensión media y una tensión alternante que se calcularán con las ecuaciones (4-5) y (4-6):

$$\sigma_{ZZm} = \frac{2 + (-30)}{2} = -14 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ZZa} = \frac{2 - (-30)}{2} = 16 \text{ MPa}$$



**Figura 4- 3:** Variación de  $\tau_{YZ}$  con respecto al tiempo.

Como se puede ver en la Figura 4-3:

$$\tau_{YZmax}=10 \text{ MPa}$$

$$\tau_{YZmin}= -5 \text{ MPa}$$

Esto significa que existirá una tensión media y una tensión alternante que se obtendrán con las ecuaciones (4-5) y (4-6):

$$\tau_m = \frac{10 + (-5)}{2} = 2.5 \text{ MPa}$$

$$\tau_a = \frac{10 - (-5)}{2} = 7.5 \text{ MPa}$$

Una vez realizados estos cálculos se obtendrá la tensión media y alternante normal equivalente utilizando las siguientes expresiones:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_{Ym}^2 + \sigma_{Zm}^2} \quad (4-7)$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_{Ya}^2 + \sigma_{Za}^2} \quad (4-8)$$



De modo que:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_{YYm}^2 + \sigma_{ZZm}^2} = 15.88 MPa$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_{YYa}^2 + \sigma_{ZZa}^2} = 20.3 MPa$$

Las tensiones medias y alternantes equivalentes se calcularán con las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{eqm} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} \quad (4-9)$$

$$\sigma_{eqa} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} \quad (4-10)$$

De modo que:

$$\sigma_{eqm} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} = 16.46 MPa$$

$$\sigma_{eqa} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = 24.1 MPa$$

Si se usa la formulación de Goodman [15] como criterio de fallo para tensiones fluctuantes y un coeficiente de seguridad de  $n=2$ .

$$n = \frac{1}{\frac{\sigma_{eqa}}{S_f} + \frac{\sigma_{eqm}}{S_{ut}}} \quad (4-12)$$

$$\text{Despejando } S_f \text{ en} \quad (4-12)$$

$$S_f = \frac{\sigma_{eqa}}{\frac{1}{n} - \frac{\sigma_{eqm}}{S_{ut}}} = 53.54 MPa$$

La tensión obtenida de esta forma es notablemente menor que la obtenida como limite de fatiga del rodamiento estudiado, con lo que la conclusión que se puede sacar al respecto es que el rodamiento tendrá una vida en servicio infinita y no romperá, esto se sabe que no es correcto ya que la mayor causa de rotura en los rodamientos es la fatiga superficial.

A pesar de que con este método no es posible calcular la vida del rodamiento, si es posible determinar el punto donde se podrá presentar el defecto (Capítulo II), pero uno de los objetivos de esta investigación es el cálculo del momento cuando se puede presentar la fatiga y por eso se busca más referencia en la literatura técnica para descubrir con mayor aproximación la ecuación más acertada para el cálculo y el análisis de fatiga del material.



### 4.3 Cálculo de Fatiga para rodamiento criterio Lundberg and Palmgren.

El análisis de resultados de tensiones del modelo ha sido validado por comparación con las zonas de carga del análisis de resultados de un modelo de rodamiento analítico homologado al que se presenta en esta investigación.

Estos resultados en tensiones con variación en la frecuencia de giro del eje del rodamiento se utilizarán para calcular de forma aproximada el número de revoluciones en donde presentará el daño en pista externa para cada frecuencia de giro. Los pasos del análisis son los siguientes:

4.4.1 Se utilizará la teoría del cálculo de fatiga especial para rodamiento cilíndricos elaborada por Lundberg and Palmgren basándose en el cálculo de la predicción de las revoluciones de giro (L) en que se presentará la falla, para este estudio, la aparición de un defecto en pista externa.

$$L = \left( \frac{C}{Q_e} \right)^p * 10^6 \quad (4-13)$$

Donde se determina que [6]:

$$Q_e = \left( \frac{1}{Z} \sum_n Q_i^{\frac{10}{3}} \right)^{\frac{3}{10}} \quad (4-14)$$

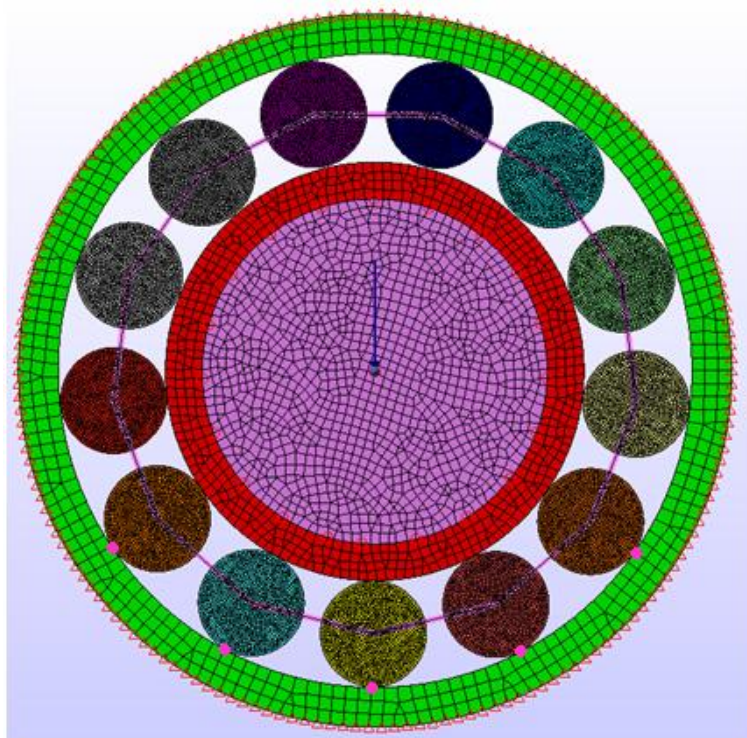
Donde:

- L = Revoluciones.
- C = Carga Admisible del material.
- P = Constante para rodamiento de rodillos igual 10/3.
- Z = Número de elementos rodantes.

El rodamiento está diseñado con materiales en acero de gran dureza, con 13 rodillos y bajo una carga de 1000 N sobre el centro del eje.

4.4.2 La fórmula aplica las tensiones de contacto sobre la pista externa para calcular el número de revoluciones en que se va a presentar el defecto. Para el desarrollo de este análisis sugiere una sumatoria de las tensiones sobre la zona de carga en los puntos de contacto de los rodillos con la pista de la siguiente manera.

- a. Uno de los rodillos es colocado sobre la línea de fuerza y aprovechando esta posición se obtiene la de los demás rodillos [16]



**Figura 4- 4:** Puntos de donde se obtienen las tensiones para el análisis de fatiga.

En la figura 4-4 muestra los puntos de donde se obtuvieron los datos en tensión para luego ser incorporados a la formula de fatiga de Lundberg and Palmgren.

- b. De forma generalizada los puntos de toma de muestra se obtienen cada  $27.7^\circ$  aproximadamente, pero se necesita hacer un análisis de datos ya que la muestra que se obtiene para cada punto (nodo) es temporal y su análisis es el siguiente:
- Se selecciona los máximos valores a lo largo del tiempo generado en la simulación (estos máximos valores son el paso del rodillo sobre el nodo).
  - Se promedian los máximos, obteniéndose un valor representativo par el punto.

4.4.3 Como último paso, se reemplaza estos los valores representativos en la ecuación de fatiga para rodamiento.

**Tabla 4- 3:** Datos de tensión en  $\text{N/mm}^2$  para cada nodo de las diferentes velocidades de giro.

Nodo ( $^\circ$ )	30 Hz	40 Hz	50 HZ
-55,4	9,37	8,05	7,10
-27,7	21,22	28,27	24,36
0	29,05	39,23	41,32
27,7	20,83	20,35	23,40
55,4	5,34	7,33	7,22

En la tabla 4-3 muestra el promedio de tensiones obtenidas en cada nodo de contacto de los rodillos con la pista externa cada  $27.7^\circ$ , colocando un rodillo sobre la línea de carga como referencia inicial (figura 4-5).

Habiendo obtenido estos valores de  $Q_i$ , se obtiene la suma mostrada en la Tabla 4-4:

**Tabla 4- 4:** El cálculo de la sumatoria de  $Q_i^{10/3}$ .

Angulo	30 Hz	40 Hz	50 Hz
-55,4	1.734,33	1.045,49	687,90
-27,7	26.453,59	68.826,07	41.904,21
0	75.362,24	205.145,04	243.893,95
27,7	24.867,43	23.008,13	36.648,22
55,4	266,16	765,03	727,43
<b>Suma</b>	128.683,74	298.789,72	323.861,715

En la tabla 4-4 se ha realizado el cálculo para cada una de las tensiones obtenidas como  $Q_i$  para luego hacer la sumatoria para cada velocidad de giro y con esto reemplazarlos en la ecuación (4-14), para obtener  $Q_e$ , que a su vez se reemplazará en la ecuación (4-15) para obtener L (tabla 4-5).





**Tabla 4- 5:** Cálculo de la vida de un rodamiento, Velocidad,  $Q_e$  (N/mm<sup>2</sup>), L (Revoluciones)

	30 Hz	40 Hz	50 Hz
$Q_e$ (N/mm <sup>2</sup> )	15,80	20,34	20,84
L (Revoluciones)	$1,5 \cdot 10^{10}$	$6,57,10^9$	$6,06 \cdot 10^9$

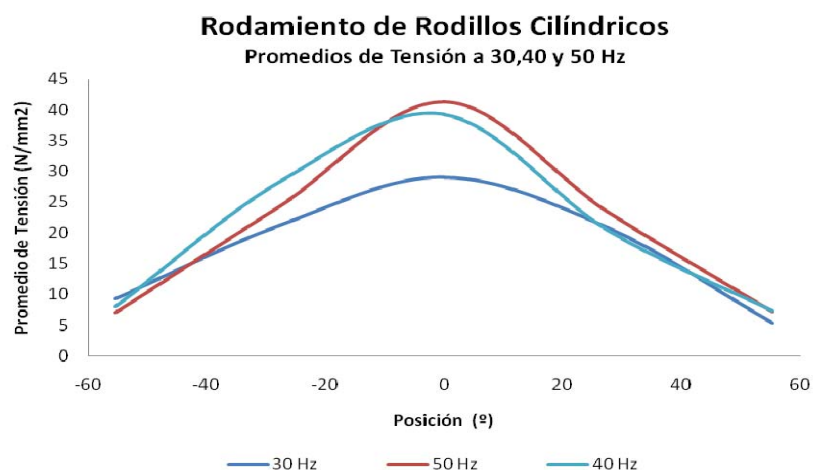
Suponiendo que este rodamiento funciona todos los días las 24 horas del día, la duración aproximada del mismo para las diferentes velocidades es (tabla 4-6):

**Tabla 4- 6:** Duración aproximada del rodamiento

		30 Hz	40 Hz	50 Hz
L	Segundos	$5,08 \cdot 10^8$	$1,64 \cdot 10^8$	$1,21 \cdot 10^8$
	Horas	14.1131,8	45.625,7	33.677,6
	Días	5.880,5	1.901,1	1.403,2
	Años	16,1	5,2	3,8

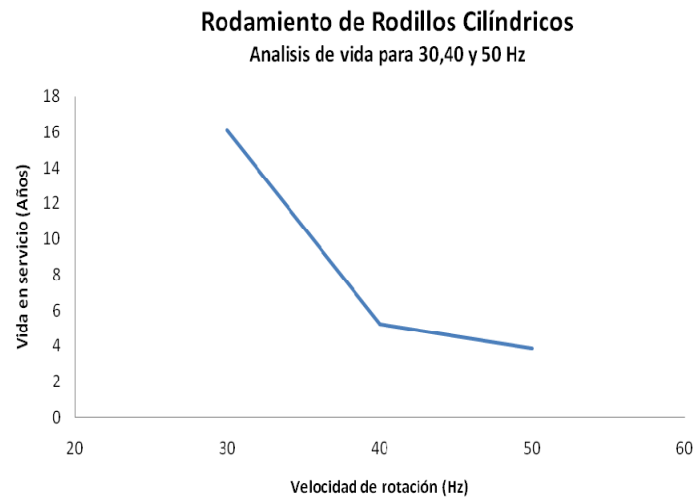
En la tabla 4-6 se muestra como al subir la frecuencia, la vida útil del rodamiento disminuye, en anteriores estudios de fatiga, estas tensiones no presentaban problema, y se concluía que el rodamiento tenía vida infinita, pero con este modelo numérico y la fórmula de fatiga para el rodamiento se puede predecir con suficiente exactitud cuándo será la aparición del defecto en pista externa.

A continuación observaremos una gráfica con los distintos resultados obtenidos.



**Figura 4- 5:** Comparativa del promedio de tensión para diferentes velocidades.

Como se observa en la Figura 4-5, la tensión a la que está sometida la zona de carga aumenta al aumentar la velocidad de trabajo de nuestro rodamiento, así mismo, la tensión dentro de la zona de carga disminuye conforme aumenta la distancia con la línea de carga situada en  $0^\circ$ .



**Figura 4- 6:** Evolución del tiempo de vida en servicio dependiendo de la velocidad de giro

También se puede ver gracias a la figura 4-6, como disminuye notablemente el tiempo de vida al aumentar la velocidad de trabajo.

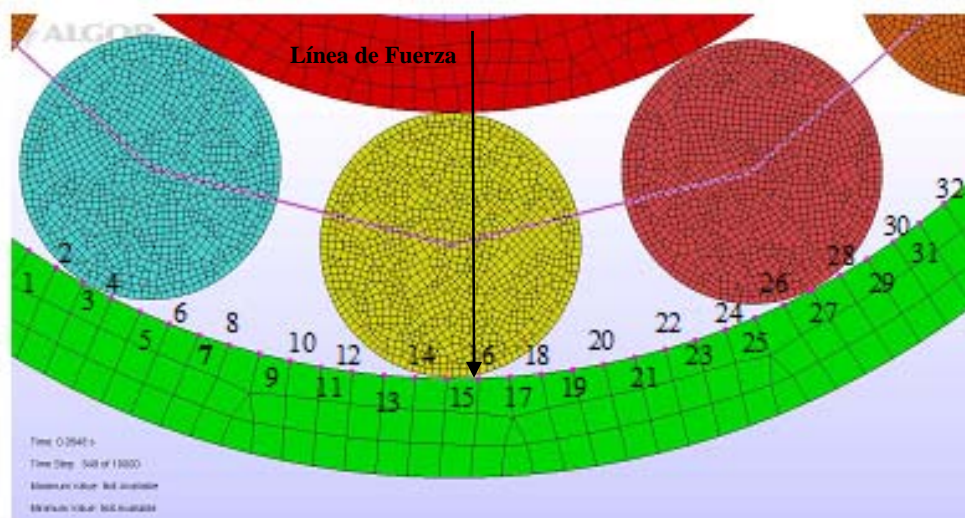
La trayectoria de esta figura tiende a describir una función cuadrática, esto es porque el incremento de tensión de contacto se debe de forma directa a la fuerza centrífuga experimentada por los rodillos por el movimiento del eje, y la respuesta analítica de la fuerza centrífuga es descrita con una función cuadrática [17].

## CAPÍTULO V

### CONCLUSIONES

Después de los estudios realizados, se pueden llegar a varias conclusiones:

- Los datos adquiridos para cada simulación son validos para el análisis, ya que por motivos de capacidad de almacenaje en las unidades de cálculo, no se pueden tener datos de forma ilimitada, es por esto que se realizo este análisis en el capítulo II, para conocer el porcentaje de datos validos y no significativos (influyentes) para el análisis.
- Como era razonable, los puntos críticos de contacto en la pista externa donde ocurrirá la falla se presenta cerca de la línea de fuerza. En la siguiente figura se muestra la numeración de los nodos que fueron analizados.



**Figura 5-1:** Numeración de los nodos con contacto critico de la pista externa.

- A continuación se mostrara una tabla con los resultados obtenidos.



**Tabla 5- 1:** Análisis de los nodos mostrados en la figura 5-1.

$\mu$	Velocidad (Hz)	Pico de tensión Max. (N/mm <sup>2</sup> )		Promedio de Tensión Max. (N/mm <sup>2</sup> )		% Max de valores		Punto crítico (nodo)
		Valor	Nodo	Valor	Nodo	Valor	Nodo	
<b>0.1</b>	<b>30</b>	181.215	10	24.661	21	19.093	20	18
<b>0.2</b>	<b>20</b>	340.835	17	30.414	5	21.185	19	14-15
	<b>30</b>	280.268	22	27.248	15	19.093	20	15-16
	<b>40</b>	446.523	15	29.963	15	18.929	14	15
	<b>50</b>	331.02	8	26.981	15	20.236	11	13
	<b>100</b>	315.772	13	29.798	18	18.111	16	17-18
	<b>200</b>	290.221	11	31.129	21	17.805	16	14-18
<b>0.3</b>	<b>30</b>	390.349	19	30.926	20	19.1	22	17-19
	<b>100</b>	263.598	31	28.149	22	16.106	15	13-16
	<b>200</b>	122.381	20	29.789	20	15.110	18	14-18

- Como podemos observar en la tabla 5-1:
  - En la simulación con velocidad de rotación de 20 Hz y  $\mu=0,2$  el punto crítico esta en el nodo 18.
  - En la simulación con velocidad de rotación de 30 Hz y  $\mu=0,1$  los puntos críticos están en los nodos 14-15.
  - En la simulación con velocidad de rotación de 30 Hz y  $\mu=0,2$  los puntos críticos están en los nodos 15-16.
  - En la simulación con velocidad de rotación de 30 Hz y  $\mu=0,3$  los puntos críticos están en los nodos 17-19.
  - En la simulación con velocidad de rotación de 40 Hz y  $\mu=0,2$  el punto crítico esta en el nodo 15.

- En la simulación con velocidad de rotación de 50 Hz y  $\mu=0,2$  el punto crítico esta en el nodo 13.
  - En la simulación con velocidad de rotación de 100 Hz y  $\mu=0,2$  los puntos críticos están en los nodos 17-18.
  - En la simulación con velocidad de rotación de 100 Hz y  $\mu=0,3$  los puntos críticos están en los nodos 13-16.
  - En la simulación con velocidad de rotación de 200 Hz y  $\mu=0,2$  los puntos críticos están en los nodos 14-18.
  - En la simulación con velocidad de rotación de 200 Hz y  $\mu=0,3$  los puntos críticos están en los nodos 14-18.
- Cabe destacar que todos los puntos críticos se encuentran entre  $-5,23^\circ$  y  $6,38^\circ$  a ambos lados de la línea de carga.
  - Bajo el análisis de tensiones en Von Mises se detecto el punto para cada tipo de velocidad de rotación más vulnerable a presentar fallo o defecto localizado sobre la pista externa, en el capitulo posterior se realizo un análisis de las tensiones de cortadura como ultima tensión que genera el defecto.
  - Con el análisis de la tensión a cortante en pista externa se concluyo para todas las velocidades que se han estudiado en esta investigación que la zona más afectada con valores máximos de tensión es de  $-5^\circ$  a  $4^\circ$  con respecto a la línea de fuerza. (Ver figura 5-2)

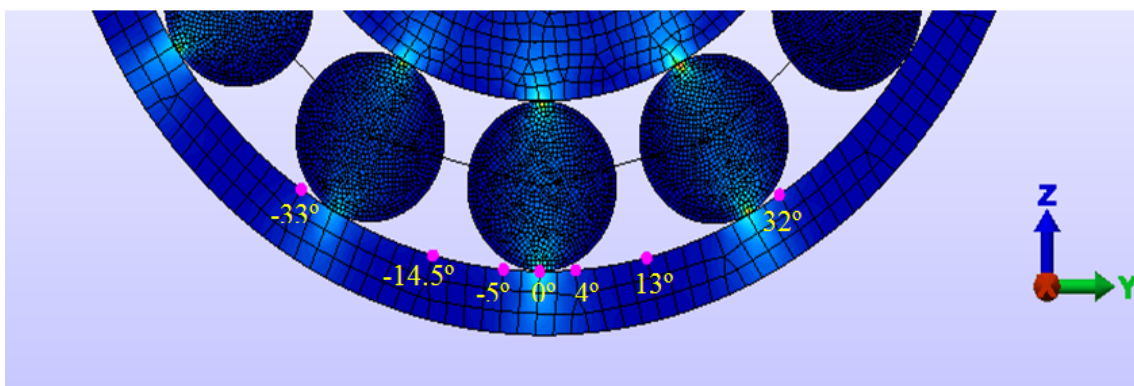


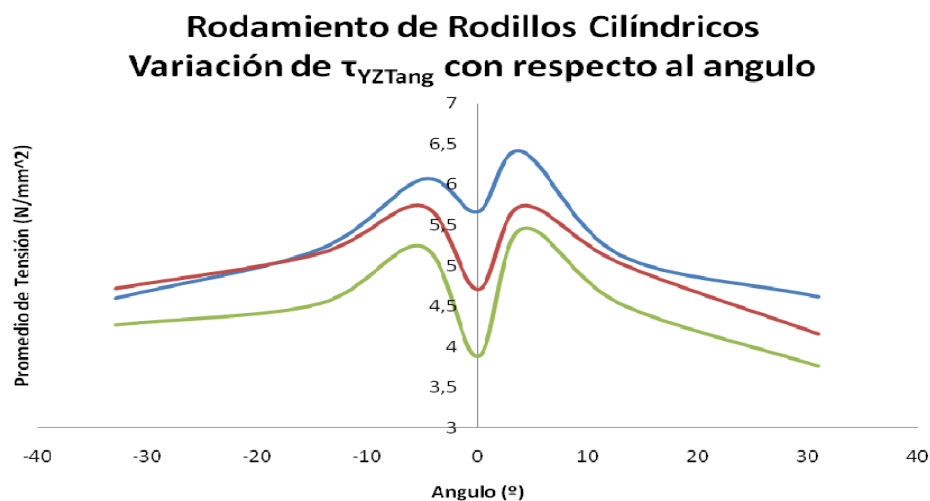
Figura 5- 2: Posición de los nodos analizados

- A continuación se mostrara una tabla con los resultados obtenidos.

**Tabla 5- 2:** Análisis de los nodos mostrados en la figura 5-2 tensión en N/mm<sup>2</sup>.

Angulo (°)	Velocidad de Rotación		
	30 Hz	40 Hz	100 Hz
-33	4,6	4,72	4,27
-14,5	5,2	5,15	4,53
-5	6,07	5,74	5,24
0	5,67	4,71	3,88
4	6,41	5,74	5,46
13	5,13	5,03	4,53
31	4,62	4,16	3,76

- Como se puede observar en la tabla 5-2, a diferencia de la tabla 5-1, los mayores valores no se encuentran inmediatamente debajo de la línea de carga, sino que se encuentran ligeramente desplazados hacia ambos lados de esta, estando más cargado el lado derecho de la misma debido al sentido de giro de la simulación.
- Este segundo estudio, confirma lo visto a lo largo del capítulo II, y nos ofrece una mayor precisión, si observamos los datos de la tabla 5-2 y los trasladamos a una gráfica, el resultado es el siguiente:



**Figura 5- 3:** Evolución de la tensión cortante.



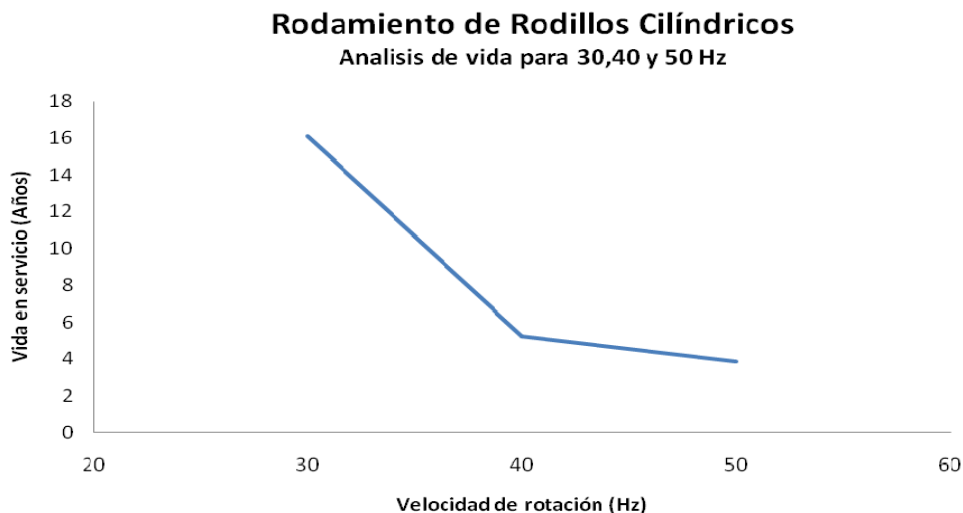
- En la figura 5-3 muestra que las mayores tensiones aparecen desplazadas a ambos lados de la línea de carga. Cabe destacar que al tratarse de la tensión cortante, en la línea de carga la tensión es mínima, por existir en esa línea predominantemente componentes de compresión.
- Debido a la complejidad del tratamiento de datos de tensión a cortante dentro de los resultados del modelo numérico, se encontró una solución particular en el círculo de Mohr de tensiones, con un análisis comparativo, de la tensión cortante máxima descrita por el programa y la tensión cortante en la dirección tangente a la pista externa.
- Con la teoría clásica de fatiga de materiales es imposible determinar el momento en el que se va a presentar el defecto localizado en pista, es por esto que se concluyó que el criterio de Lundberg & Palmgren, es optimo para adecuarlo a los resultados generados en el cálculo del modelo numérico de rodamiento aquí presentado.
- Con el criterio de Lundberg & Palmgren se introduce los resultados del modelo numérico en 3 simulaciones y se concluye: (tabla 5-3).

**Tabla 5- 3:** Duración aproximada del rodamiento.

		30 Hz	40 Hz	50 Hz
L	Horas	14.1131,8	45.625,7	33.677,6
	Años	16,1	5,2	3,8

- Como se puede ver en la tabla 5-3, la vida del rodamiento esta directamente afectada por la velocidad de rotación del mismo, ya que a mayores velocidades de rotación el rodamiento está sometido a mayores solicitaciones, disminuyendo considerablemente su esperanza de vida.
  - o La vida del anillo externo del rodamiento simulándolo a 30 Hz de velocidad de rotación es de 16,1 años.
  - o La vida del anillo externo del rodamiento simulándolo a 40 Hz de velocidad de rotación es de 5,2 años.
  - o La vida del anillo externo del rodamiento simulándolo a 50 Hz de velocidad de rotación es de 3,8 años.

- En la siguiente figura se puede ver con claridad lo comentado hasta ahora:



- **Figura 5- 4:** Evolución del tiempo de vida en servicio dependiendo de la velocidad de giro.
- Gracias a los diferentes análisis realizados en este estudio, se pueden precisar los puntos donde es probable que aparezca un defecto, así como el momento aproximado en el que aparecerá.
- Estos dos datos, pueden implicar un importante ahorro económico, tanto en el mantenimiento de los rodamientos, así como en la prevención de rotura de los mismos, ya que conociendo donde y cuando aparecerá el defecto, se puede hacer una previsión del gasto de sustitución, y un plan de mantenimiento más preciso.





## Capítulo VI

### TRABAJOS FUTUROS

Es recomendable que en un futuro se tengan en cuenta los siguientes trabajos:

- Esperar el desarrollo de unidades Hardware y la evolución del software de cálculo, que posibilite el estudio dinámico del sistema mecánico en 3D, permitiendo el análisis dinámico de, por ejemplo, un rodamiento de bolas.
- Ampliar los estudios de vida a otros elementos del rodamiento, como elementos rodantes, o pista interna.
- Analizar en profundidad el comportamiento de las simulaciones, a altas velocidades de rotación, ya que al aumentar mucho dichas velocidades, se desvirtúan los contactos entre elementos rodantes y pistas.
- Ampliar el estudio para ver la influencia de las vibraciones en la vida del rodamiento.
- En el campo experimental, diseñar un nuevo banco de ensayos para rodamientos capaz de realizar un estudio de contacto entre las piezas del rodamiento.



## REFERENCIAS

### Capítulo I Introducción

- [1] RUBIO, H., GARCIA-PRADA, J.C., LANIADO, E. Dynamic analysis of rolling system using Lagrangian model vs FEM code. 2007. 12th IFToMM Congress, Besançon (France) XVII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica España Gijón (Asturias) 2008
- [2] ALGOR™. License Number DE23692. I+D+I. Professional Multiphysics. MES. Update 2008. Version 19.
- [3] LOGAN, D. A first course in the finite element method using Algor™. Second edition. BROOKS/COLE. 2001.
- [4] LANIADO, E. Modelo de rodamiento utilizando técnica M.E.S. Aplicación al estudio del deslizamiento en la zona de carga. Tesis Doctoral 2009. UC3M.
- [5] HARRIS, T. A. Rolling Bearing Analysis, Wiley, New York, (1991).
- [6] G. Lundberg and A. Palmgren, “Dynamic capacity of rolling bearings”, Journal of Acta Politechnica, Mechanical Engineering Series, 2(4), pp. 1–50, 1952.

### Capítulo II Estudio del Punto Crítico en un Rodamiento de Rodillos Cilíndricos.

- [7] HARSHA, S. Nonlinear dynamic analysis of an unbalanced rotor supported by roller bearing. Chaos, Solitons and Fractal 26 (2005) 47-66.
- [8] TANDON, N. and CHOUNDHURY, A. An analytical model for the prediction of the vibration response of rolling element bearings due to localized defect. Journal of Sound and Vibration (1997) 205 83), 275-292.
- [9] RUBIO, H. Caracterización de defectos en sistemas mecánicos rotativos mediante análisis de vibraciones. Tesis Doctoral 2003. UC3M.
- [10] Apuntes UC3M. Ingeniería Técnica Industrial Especialidad Mecánica, Asignatura Diseño de Maquinas, Tema 1, La Resistencia de los Elementos Mecánicos. 2006



---

## Capítulo III Análisis de la Tensión de Cortadura.

[11] <http://es.wikipedia.org/wiki/Cizallamiento>.

[12] ALGOR<sup>TM</sup>. License Number DE23692. I+D+I. Professional Multiphysics. MES. Update 2008. Versión 19.

## Capítulo IV: Análisis de Fatiga

[13] Shigley, J.E. Diseño en Ingeniería Mecánica, , Mechanical Behavior of Materials del límite de resistencia a la fatiga, ecuación 7-15 pág. 307

[14] Marin, Joseph, *Mechanical Behavior of Engineering Materials*, Prentice Hall of India, New Delhi, 1972.

[15] Rafael Avilés; "Análisis de Fatiga en Máquinas"; Thomson, 2005.

[16] I. A. Zverev<sup>1</sup>, I.-U. Eun<sup>2</sup>, W. J. Chung<sup>3</sup> and C. M. Lee<sup>3</sup>. Simulation of Spindle Units Running on Rolling Bearings. Pag 891.

[17] Frederick Bueche, Física General, Abril 2007.